

TRABZON İLİ İÇİN JEOİD ONDÜLASYONLARI BELİRLEME AMACIYLA ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI

Emine TANIR KAYIKÇI¹, Özge KARAASLAN²

¹Karadeniz Teknik Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, 61080, Trabzon

²Gümüşhane Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, 29000, Gümüşhane

Özet

Mühendislik uygulamalarında kullanılan ortometrik yüksekliklerin geleneksel ölçülerle bulunması oldukça zor ve zaman alıcı bir işlem olmasına rağmen GPS ile bulunan elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklere dönüşüm daha kolaydır. Fakat bu dönüşüm için de belirli doğruluğa sahip jeoid ondülasyon değerleri bilinmelidir.

Bu çalışmada Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX Bölge Müdürlüğü kadastro çalışmaları kapsamında oluşturulan C3 noktalarında ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri kullanılmıştır. Çalışma bölgesinde noktaların sayısı yaklaşık 600 adet olup doğu-batı yönünde 80 km, kuzey güney yönünde 30 km'lik bir alana yayılmıştır. Tüm noktaların ITRF96 datumuna dayalı üç boyutlu Kartezyen koordinatları, Gauss Krüger projeksiyon sisteminde tanımlanmış projeksiyon koordinatları ve jeoid ondülasyonları bilinmektedir.

Uygulamada noktalar dayanak ve test noktaları olarak ikiye ayrılmıştır. Dayanak noktaların seçiminde, x ve y eksen yönlerindeki nokta dağılımlarına bakılmıştır. Çalışmada ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri ve multi-kvadratik enterpolasyon yöntemleri kullanılmıştır. Dayanak noktalarından farklı enterpolasyon yöntemleri kullanılarak elde edilen test noktaları için hesaplanan ortometrik yüksekliklerin ölçülmüş ortometrik yüksekliklere ne derece yaklaşılabildiği irdelenmiştir ve enterpolasyon yöntemleri arasındaki kıyaslamalar yapılmıştır.

Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyonda güç parametresi k değerleri 1, 2, 3 ve 4 alınarak tüm dayanak noktalarına göre ağırlıklar belirlenmiştir. Polinom yüzeyleri ortogonal polinom yüzeyleri olan lineer, kvadratik ve kübik ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri olan bi-lineer, bi-kvadratik ve bi-kübik yüzey polinomlarının katsayıları en küçük kareler kestirim yöntemine göre hesaplanmıştır. Parametrelerin anlamlılık testi değeri hesaplanmış ve test değeri sınır değerini sağlamayan katsayılar modele dahil edilmemiştir.

Anahtar Sözcükler

Jeoid Ondülasyonu, Ortometrik Yükseklik, Elipsoidal Yükseklik, Polinom Yüzeyleri, Ağırlıklı Ortalama, Enterpolasyon.

1. Giriş

GPS sistemi WGS84 elipsoidini kullanmakta ve sonuç ürünlerinden olan koordinat ve yükseklik bilgileri bu sistemde elde edilmektedir. Bu sistemden elde edilen bilgilerin geometrik bir anlamı vardır, ancak bu bilgiler doğrudan mühendislik ve ölçme işlemlerinde kullanılamaz. Buna karşın, mühendislik amaçlı kullandığımız ortometrik yüksekliğin geometrik bir anlamı olmayıp, GPS'den belirlenen elipsoid yüksekliğinden jeoid ondülasyonu kadar fark gösterir. GPS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin belirlenmesi için birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunlar en genel olarak global ve yerel jeoid verilerinden faydalanarak ortometrik yüksekliklerin belirlenmesi şeklinde iki grupta incelenir.

Yerel jeoid belirleme için uygulama bölgesinde ortometrik ve elipsoidal yükseklikleri hassas olarak bilinen dayanak noktalarına ihtiyaç vardır. Dayanak noktaları ile belirlenen yerel jeoid yüzeyi yardımıyla uygun enterpolasyon yöntemleri kullanılarak elipsoidal yüksekliği bilinen diğer test noktaların ortometrik yükseklikleri hesaplanabilir. Bu çalışmada seçilen dayanak noktalarından farklı enterpolasyon yöntemleri kullanılarak elde edilen ortometrik yükseklikler ile ölçülen ortometrik yükseklikler arasındaki farkların minimum, maksimum değerleri ve standart sapmaları gibi istatistikleri irdelenmiştir. (Yılmaz ve Arslan 2005, Yılmaz 2010, Lin 2005, Üstün ve Demirel 2003)

1.1. Yerel Jeoid Belirleme Amacıyla Yüzey Modellerinin Kullanılması

Elipsoidal ve ortometrik yüksekliklerin her ikisinin bilindiği noktalardan yararlanarak oluşturulan yerel bir jeoid yüzeyi ara noktaların jeoid yüksekliklerinin belirlenmesinde kullanılabilir. Böylece sadece elipsoidal yükseklikleri bilinen ara noktalarda ortometrik yükseklikler hesaplanmaktadır. Bu yüzeylerin belirlenmesi için kullanılan başlıca yöntemler;

* Sorumlu Yazar: Tel: 0 456 233100 Faks: 0 456 2331119

E-posta: ozgekaraaslan@gumushane.edu.tr(ÖZGE KARAASLAN)

Polinom Yüzeyleri (ortogonal ve ortogonal olmayan birinci dereceden, ikinci dereceden ve daha yüksek dereceden polinomlar);
 Multiküadratik Yüzeyler,
 Ağırlıklı Ortalama İle Elde Edilen Yüzeyler (Mesafenin tersi, mesafenin karesinin tersi, maksimum mesafe, v.b.)

olarak adlandırılır. Ağırlıklı Ortalama ile elde edilen yüzeyler enterpolasyon yöntemlerinin uygulanması ile hesaplanır.

1.1.1.Polinom Yüzeyleri

Polinom yüzeyleri iki değişkenli yüksek derece polinomlarla tanımlanır. Ortogonal ve ortogonal olmayan polinom türüne göre kullanılacak yüzey denklemleri farklı şekillerde hesaplanacaktır. Ortogonal polinom genel olarak;

$$N(x,y) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=k-1}^k a_{kj} x^k y^j \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada x ve y jeoid ondülasyonu bilinen noktaların düzlem koordinatları, a_{kj} polinom katsayıları, n ise polinom katsayısıdır. $n=1$ lineer yüzey, $n=2$ kuadratik yüzey ve $n=3$ için ise kübik yüzey söz konusudur. Buna göre ortogonal doğrusal yüzey,

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x \quad (2)$$

şeklinde 3 bilinmeyenli bir polinom ile; ortogonal kuadratik yüzey

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \quad (3)$$

şeklinde 6 bilinmeyenli bir polinom ile ve ortogonal kübik yüzey ise

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3 \quad (4)$$

şeklinde 9 bilinmeyenli bir polinom ile ifade edilir. Ortogonal olmayan polinom yüzeyleri genel formülü

$$N(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

olarak ifade edilir. Buna göre, 4 bilinmeyenli bi-lineer yüzey denklemi;

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy \quad (6)$$

şeklinde yazılır. Bi-kuadratik yüzey,

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy + a_4 y^2 + a_5 x^2 y + a_6 x^2 + a_7 xy^2 + a_8 x^2 y^2 \quad (7)$$

şeklinde 9 bilinmeyenli bir polinom olarak yazılır. Bi-kübik yüzey ise,

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy + a_4 y^2 + a_5 x^2 y + a_6 x^2 + a_7 xy^2 + a_8 x^2 y^2 + a_9 y^3 + a_{10} xy^3 + a_{11} x^2 y^3 + a_{12} x^3 + a_{13} x^3 y + a_{14} x^3 y^2 + a_{15} x^3 y^3 \quad (8)$$

olarak 16 bilinmeyenli bir polinom olarak ifade edilir. Çalışma bölgesinde seçilen dayanak noktalarından (2), (3), (4), (6), (7) ve (8) eşitliklerinde verilen polinom denklemleri için a_{ij} katsayıları; her bir dayanak noktası için polinomdan elde edilecek jeoid ondülasyonu $N(x,y)_{hesap}$ ve ölçülen jeoid ondülasyonu $N(x,y)_{ölçü}$ arasındaki farkın v_i ,

$$\sum_{i=1}^m v_i^2 = \sum_{i=1}^m (N(x,y)_{ölçü} - N(x,y)_{hesap})^2 \quad (9)$$

şeklinde hesaplanacak kareleri toplamının minimum olmasını öngören En Küçük Kareler (EKK) ilkesine dengelemeli olarak hesaplanır. Burada m dayanak noktası sayısıdır. Burada,

$$v = Ax - l \quad (10)$$

olarak ifade edilecek düzeltme denklem sisteminde A katsayılar matrisi m satır a_{ij} ve (2), (3), (4), (6), (7) ve (8) eşitlerinin sağ tarafındaki a_{ij} katsayılarının çarpanlarından oluşur. l sabitler vektörü ise her bir dayanak noktasındaki ölçülen jeoid ondülasyon değeridir, x ise a_{ij} katsayılarından oluşan bilinmeyenler vektörüdür. a_{ij} 'lerin katsayılarının 6-7 haneli x ve y düzlem koordinat değerleri, bunların çarpımları, katları ve katlarının çarpımlarından oluşan sayılar olduğuna ve buna karşın a_{ij} 'ın 1'e eşit olduğuna dikkat edilirse; A katsayılar matrisinin kondisyonu bozuk bir matris olması kaçınılmazdır. Bu sebeple, (10) eşitliğindeki düzeltme denklem sisteminden EKK ilkesine göre çözüm bulmadan önce hem A katsayılar matrisinde hem de l sabitler vektöründe öteleme ve normlandırma işlemlerinin yapılır. Sonrasında;

$$A^T Ax = A^T l \quad (11)$$

Normal denklem sisteminden

$$x = (A^T A)^{-1} A^T l \quad (12)$$

olarak a_{ij} katsayılarını içeren x bilinmeyenler vektörü hesaplanır. Her bir yüzey için ayrı ayrı elde edilen a_{ij} katsayıları için hipotez testleri yardımıyla parametre anlamlılık testi yapılır. (Zhong 1997, Kartal 2001, Yiğit 2003, Kavzoglu ve Saka 2005, Teke ve Yalçınkaya 2005)

1.1.2. Multiquadrik Yüzeyler

Multikuadratik enterpolasyon yönteminin amacı bütün noktaları kullanarak arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir. Bu yöntemde m sayıdaki dayanak noktaları kullanılarak bir trend yüzeyi geçirilir. Trend yüzeyi olarak n . dereceden bir polinom alınabilir. Seçilen polinomun bilinmeyen katsayıları EKK yöntemine göre hesaplanır ve dayanak noktalarındaki ΔN_i artık jeoid yükseklik değerleri

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{trend} \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (13)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Düzlem koordinatları (x_e, y_e) olan enterpolasyon noktasındaki ΔN_e artık ondülasyon değeri,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{trend} \quad (14)$$

şeklinde yazılabilir. Fakat bu eşitlikteki ΔN_e ve N_e değerleri bilinmemektedir. Bunlardan birisinin bulunması halinde ancak diğeri hesaplanabilir. Burada artık ondülasyon değerleri "Multikuadratik Yüzey" diye bilinen, katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir. En genel gösterimiyle multikuadratik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (15)$$

şeklinde dir. Burada c_i dayanak noktalarının bilinen ΔN_i artık yükseklik değerlerinden hesaplanan bilinmeyen katsayıları, $Q(x, y, x_i, y_i)$ ise kernel fonksiyondur. (15) eşitliğinden başka multikuadratik yüzey çeşitleri de kullanılabilir. Örneğin, dairesel paraboloid serilerinin toplamları

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \gamma^2] \quad (16)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bağıntılardaki γ isteğe bağlı bir katsayıdır. (16) eşitliğinde $\gamma = 0$ alınırsa multikuadratik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] \quad (17)$$

biçiminde olur. Multikuadratik yüzey fonksiyonu olarak (17)'yi seçecek olursak bağıntıda geçen c_i katsayılarını hesaplamak için m sayıdaki dayanak noktasının bilinen $(x_i, y_i, \Delta N)$ değerlerinden yararlanılarak,

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m c_i [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2] \quad (18)$$

ve

$$a_{ij} [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad i,j=1,2,3, \dots, m \quad (19)$$

olmak üzere biçiminde m sayıda lineer denklem sistemi oluşturulur. (18) bağıntısı

$$\Delta N = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \vdots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} \quad (20)$$

olmak üzere, yeniden

$$\Delta N = AC \quad (21)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. c_i katsayıları,

$$C = A^{-1} \Delta N \quad (22)$$

matris eşitliğinden hesaplanabilir. (14) eşitliğinde c_i katsayıları yerine konarak, enterpolasyon noktasındaki jeoid yüksekliği

$$N_e = N_{trend} + \sum_{i=1}^m c_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (23)$$

biçiminde hesaplanır. Burada (x_e, y_e) ve (x_i, y_i) sırasıyla enterpolasyon ve dayanak noktalarının düzlem koordinatlarıdır. (Taktak 2005; Yaprak ve Arslan 2007; Başçiftçi 2008; Çakır 2012; Şentürk, İnce ve Özkeskin 2014)

1.1.3. Ağırlıklı Ortalama ile Elde Edilen Yüzeyler

Bu yöntem noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. Enterpolasyon noktasının yüksekliği, bu noktanın çevresinde bulunan dayanak noktalarından ağırlıklı ortalama ile hesaplanır. Kullanılan dayanak noktalarına verilecek ağırlık değeri, dayanak noktası ile enterpolasyon noktası arasındaki uzaklığın bir fonksiyonuna.

Ağırlık değerleri P_i ,

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i=1,2, \dots, m \quad k=1,2,3,4 \quad (24)$$

olarak şeklinde hesaplanabilir. Burada k, güç parametresidir ve d_i enterpolasyon ve dayanak noktası arasındaki mesafe olup,

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (25)$$

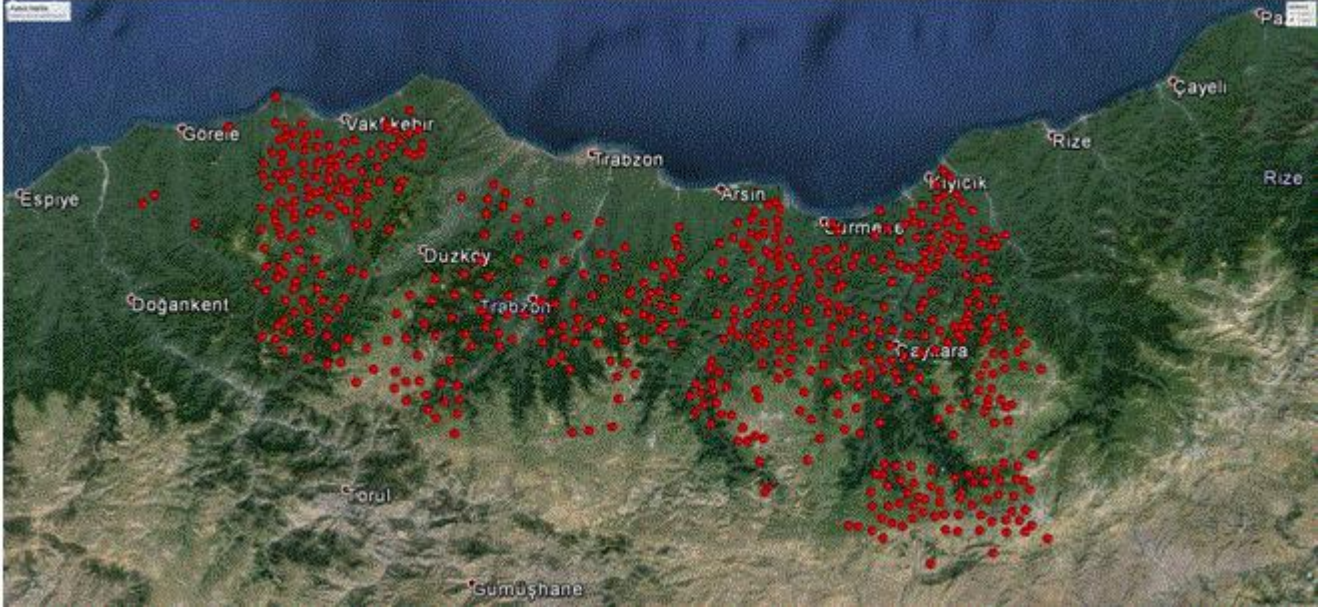
şeklinde hesaplanır. (x_i, y_i) herhangi bir dayanak noktasının koordinatlarını ve (x_e, y_e) de enterpolasyon noktasının koordinatlarını göstermektedir. m tane dayanak noktası olduğu varsayılırsa ağırlıklı ortalama yöntemine göre noktanın jeoid yüksekliği

$$N_e = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (26)$$

olarak hesaplanabilir. Burada N_e , enterpolasyon noktasının jeoid yüksekliği; N_i , dayanak noktasının jeoid yüksekliği; P_i , dayanak noktasına ait ağırlık değeri ve m, enterpolasyon için kullanılan toplam dayanak noktası sayısıdır. (İnal, Turgut ve Yiğit 2002; Erol ve Çelik 2006; Başçiftçi 2008; Yılmaz 2011)

Bulgular

Çalışmada Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü kadaströ çalışmalarında oluşturulan C3 noktalarında (Şekil 1) ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri kullanılmıştır. Uygulamada, noktalar dayanak ve test noktaları olarak ikiye ayrılmıştır. Dayanak noktaların seçiminde, x ve y eksenini yönlendiren nokta dağılımlarına bakılmıştır. Polinom yüzeyleri, multiquadratik yüzeyler ve ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonla test noktalarındaki jeoid yükseklikleri hesaplanmış ve ölçülerden elde edilmiş jeoid yükseklikleri ile olan farklara göre yöntemler arasında kıyaslamalar yapılmıştır.



Şekil-1: Kullanılan noktaların dağılımı

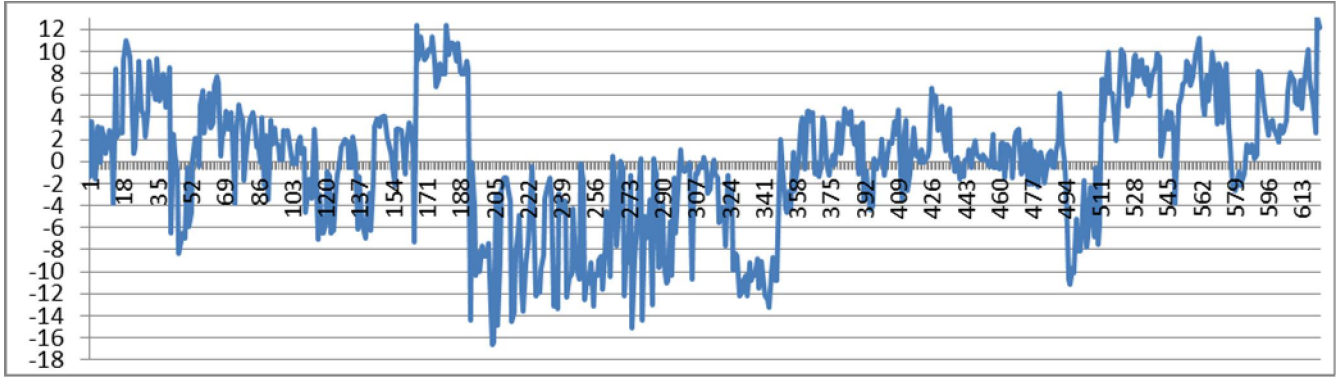
Polinom yüzeyleri oluşturulurken birinci, ikinci ve üçüncü dereceden ortogonal olan ve ortogonal olmayan polinomlar kullanılmıştır. Şekil-2, Şekil-3, Şekil-4, Şekil-5, Şekil-6, Şekil-7'de elde edilen farklar santimetre (cm) cinsinden gösterilmiştir.

Birinci ve ikinci dereceden ortogonal olmayan polinom, ikinci dereceden ortogonal olan polinom seçince elde edilen maksimum ve minimum farklar 12 ve 13 cm arasında değişmektedir.

Polinom Yüzeyi	Maksimum Hata (cm)
Birinci dereceden ortogonal olmayan polinom	16.62
İkinci dereceden ortogonal polinom	19.73
İkinci dereceden ortogonal olmayan polinom	12.00
Üçüncü dereceden ortogonal polinom	0.02
Üçüncü dereceden ortogonal olmayan polinom	0.02

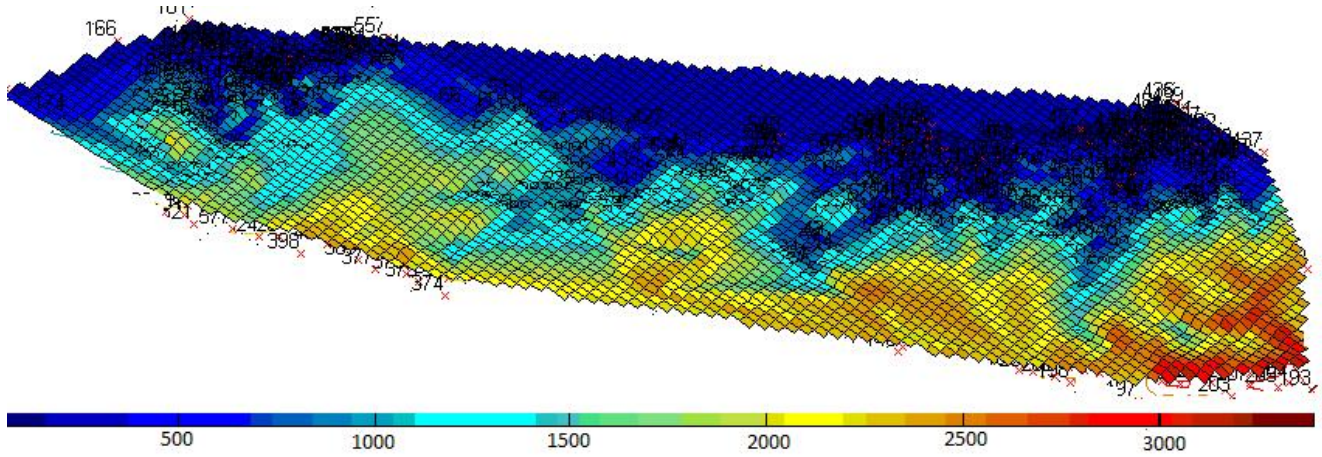
Tablo-1: Polinom derece ve tiplerinin seçimine göre ölçülen her modelden hesaplanan jeoid yüksekliği arasındaki maksimum ve minimum farklar

Polinomun yüzeylerinin derecesi arttıkça işlem hacmi daha fazla artmış olmasına karşın ölçülen değerlere daha yakın sonuçlar elde edilmiştir.

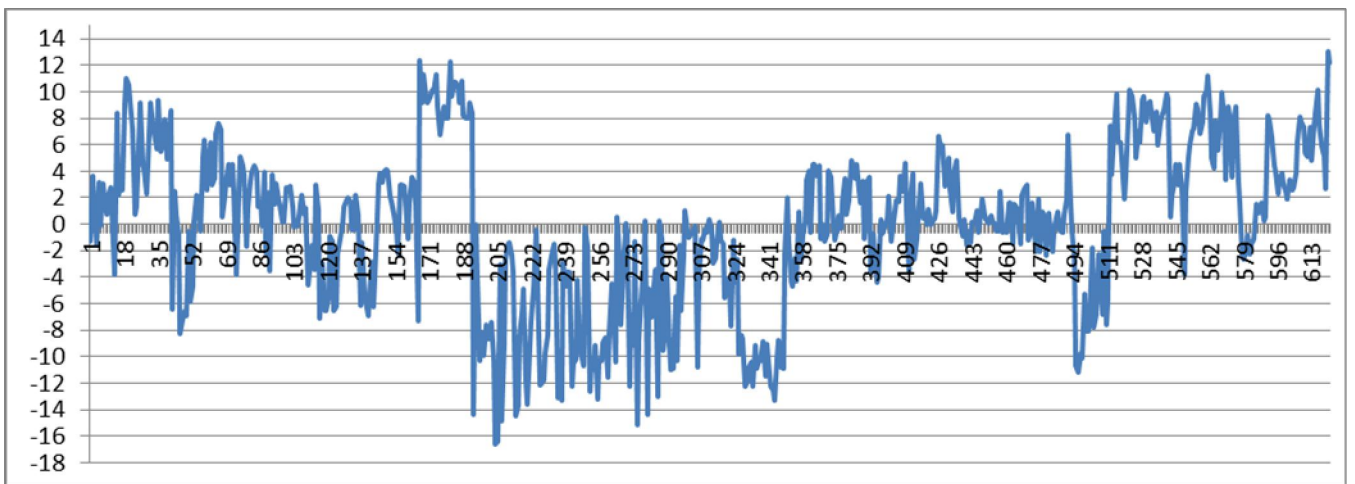


Şekil-2: Birinci dereceden ortogonal olmayan polinom seçilerek elde edilen yüzeylerde oluşan farklar(cm)

Birinci dereceden ortogonal olmayan yüzey modeli ile elde edilen farklar maximum 15 cm olmaktadır (Şekil-2). Şekil-3 bu model ile elde edilen ortometrik yükseklikler için yüzey modeli gösterilmektedir.

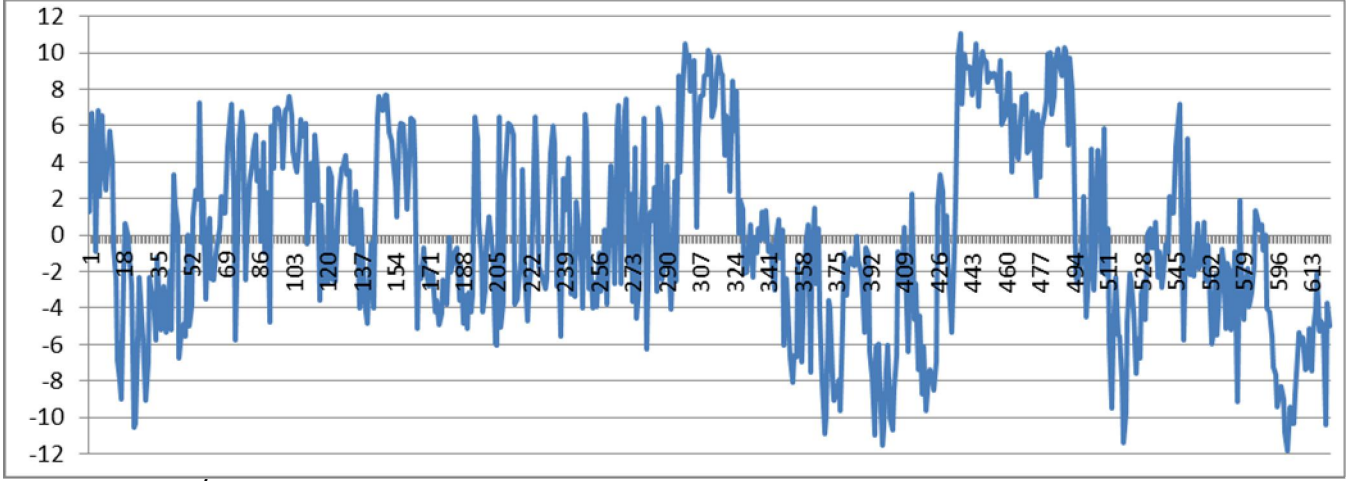


Şekil-3: Birinci dereceden ortogonal olmayan polinom modeli ile oluşturulan yüzeylerde noktaların gösterilmesi



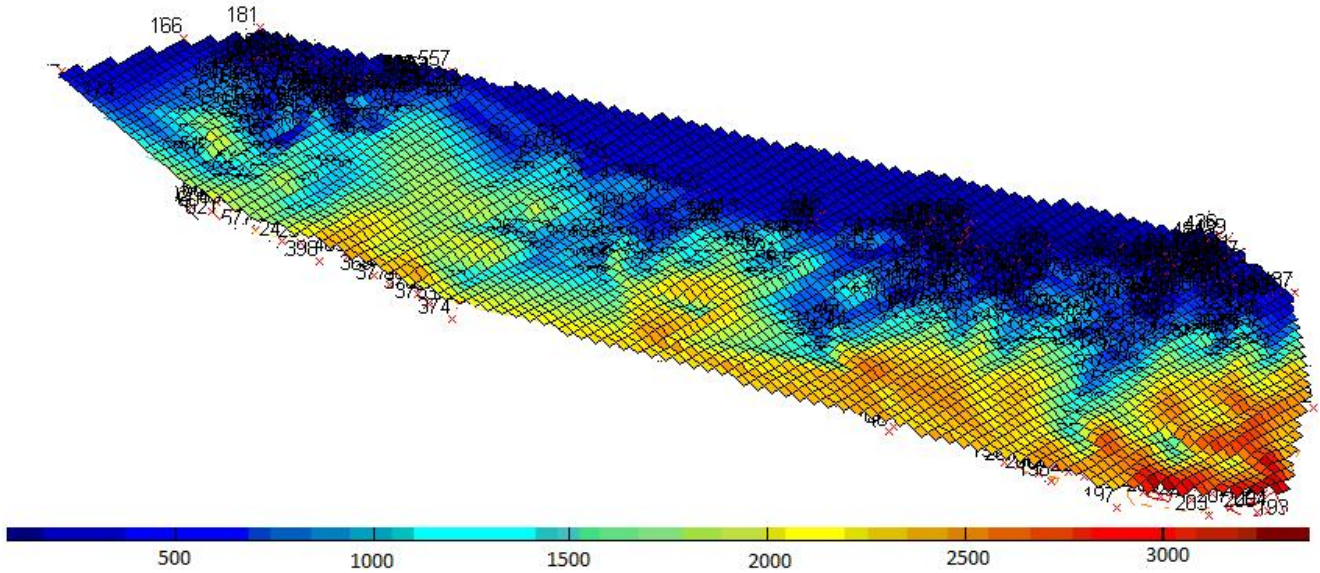
Şekil-4: İkinci dereceden ortogonal polinom seçilerek elde edilen yüzeylerde oluşan farklar(cm)

İkinci dereceden ortogonal polinomla ile elde edilen yüzeyler için farklar maksimum 10cm' ye kadar çıkmaktadır (Şekil-4).



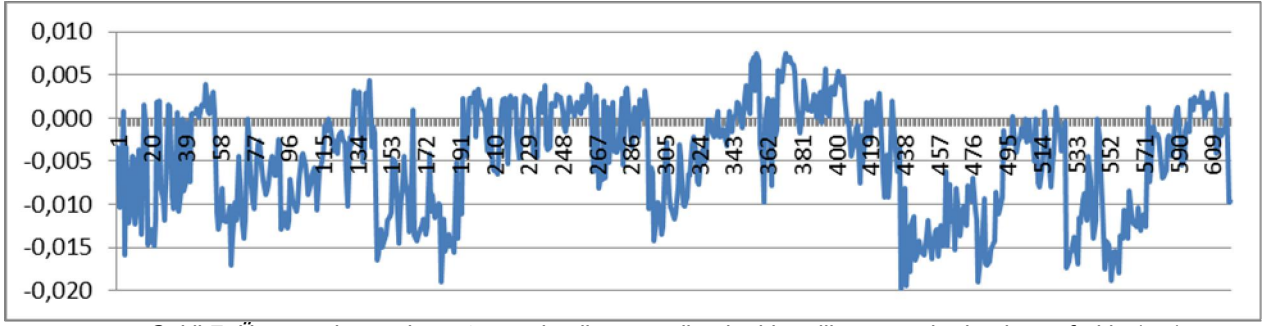
Şekil-5: İkinci dereceden ortogonal olmayan polinom seçilerek elde edilen yüzeylerde oluşan farklar(cm)

İkinci dereceden ortogonal olmayan polinom yüzeyleri ile elde edilen farklar maksimum 10 cm civarında olup aynı derecedeki ortogonal yüzey modeline göre elde edilen farklara göre daha düşüktür (Şekil-5). İkinci dereceden ortogonal olmayan polinom modelile hesaplanmış ortometrik yükseklikler Şekil-6'da çizdirilmiştir.

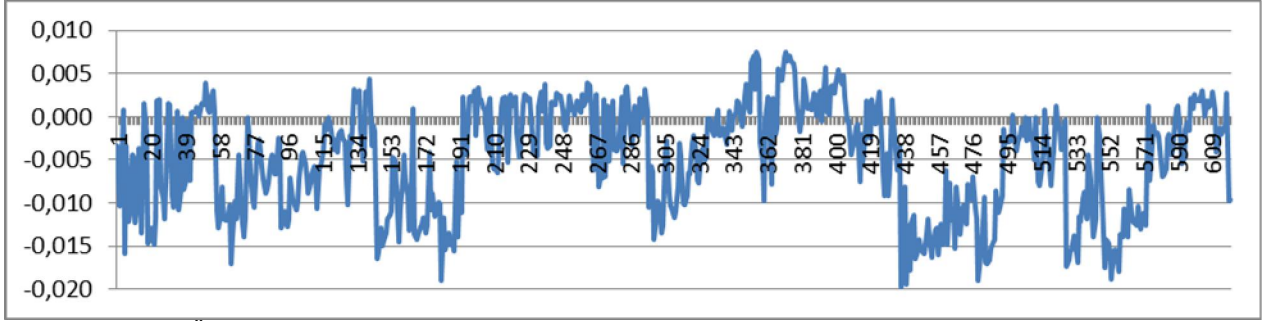


Şekil-6: İkinci dereceden ortogonal olmayan polinom modeli ile oluşturulan yüzeylerde noktaların gösterilmesi

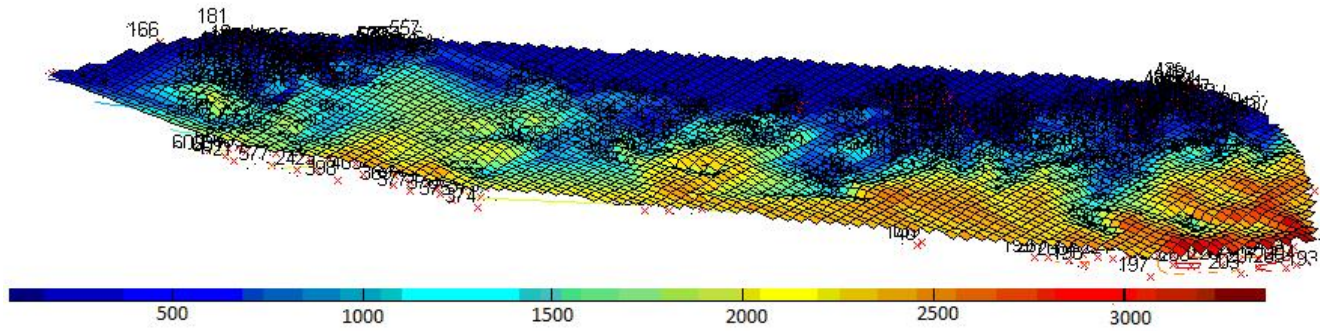
Üçüncü dereceden ortogonal olan ve ortogonal olmayan polinom yüzey modelleri ile birbirine yakın fark değerleri elde edilmiştir. Bu model ile elde edilen farkın mutlak değerce maksimum 9 mm elde edilmiştir. Aynı zamanda bu yüzey modelleri, birinci ve ikinci dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan yüzey modelleri ile kıyaslayınca ölçülen jeoid değerine en yakın değeri veren yüzey modelleri olduğu görülür (Tablo-1). Şekil-5 ve Şekil-6 da görüldüğü gibi farklar maksimum 0.015 cm olmaktadır.



Şekil-7: Üçüncü dereceden ortogonal polinom seçilerek elde edilen yüzeylerde oluşan farklar(cm)

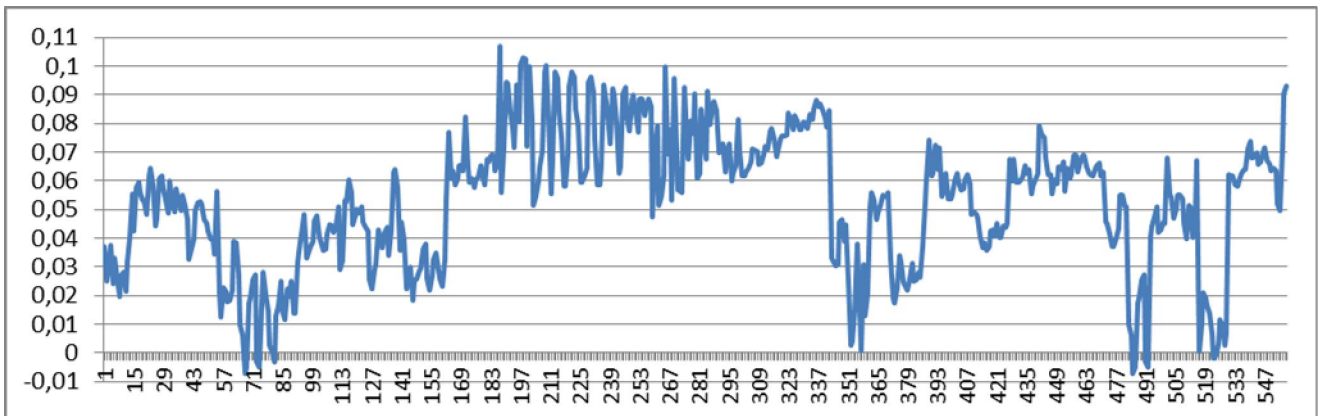


Şekil-8: Üçüncü dereceden ortogonal olmayan polinom seçilerek elde edilen yüzeylerde oluşan farklar(cm)



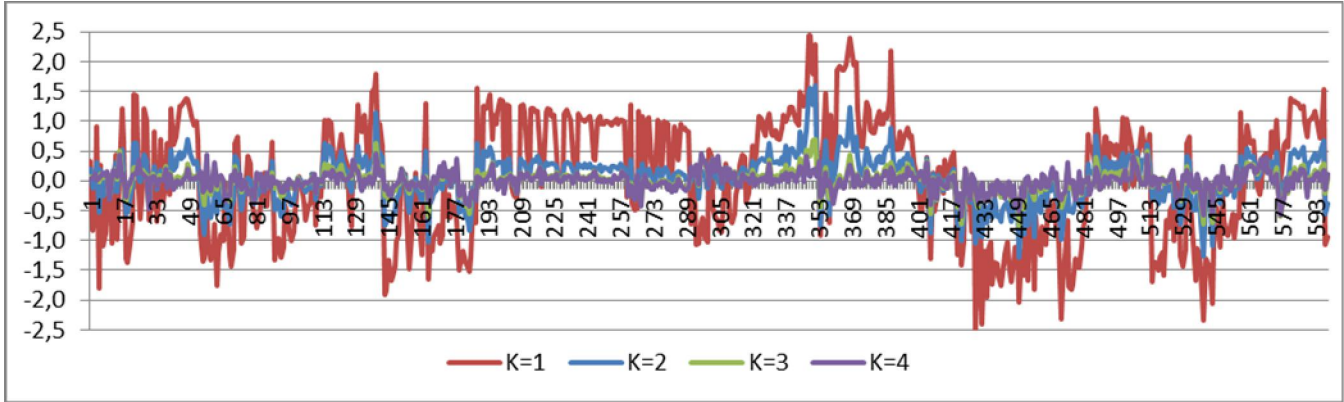
Şekil-9: Üçüncü dereceden ortogonal olmayan polinom modeli ile oluşturulan yüzeylerde noktaların gösterilmesi

Üçüncü dereceden ortogonal olmayan polinom modelile hesaplanmış ortometrik yükseklikler Şekil-9'da çizdirilmiştir. Şekil-10'de multiquadrik fonksiyonu ile elde edilmiş farkların noktalara göre değişen grafiği görülmektedir. Burada elde edilen farklar maksimum 10 cm civarındadır.



Şekil-10: Multiquadrik yüzeyler elde edilirken oluşan farklar (m)

Ağırlıklı ortalama yönteminde k güç parametresinin seçimine göre elde edilen farklarda değişimler olduğu gözlenmiştir. $k=4$ seçildiğinde en iyi sonuca ulaşılmıştır ve maksimum 46cm fark elde edilmiştir. Tablo-3'e baktığımızda $k=1$ ve 2 seçildiğinde ise metre cinsinden farklar elde edilmiştir. k değerlerine göre elde edilen farklar Şekil-11'da gösterilmiştir.



Şekil-11: Ağırlıklı ortalama yönteminde farklı güç parametresi seçilerek elde edilen yüzeyler için farklar (m)

Güç Parametresi	Maximum Fark
k=1	2.5217
k=2	1.6033
k=3	0.7600
k=4	0.4615

Tablo-3: k değerlerinin seçimine göre Ofark (Ofark=Ölçülen jeoid yüksekliği ile hesaplanan jeoid yüksekliği arasındaki fark) değerleri

Uygulama alanında yerel jeoid yüzeyi oluşturma amacına yönelik yapılan bu çalışmada, test noktalarına ilişkin 3 yöntemde farklı parametre seçimleri için elde edilen jeoid yükseklikleri ve ölçülen jeoid yükseklikleri arasındaki farklara bakılarak yapılan değerlendirme göre ağırlıklı ortalama yöntemiyle elde edilen sonuçların diğer sonuçlara göre daha kötü sonuçlar olduğu söylenebilir. Bunun nedeni ise bu yöntemin basit bir noktasal enterpolasyon yöntemi olmasıdır. En iyi sonucu ise polinom yüzeylerinde üçüncü dereceden polinomla elde edilmiş sonuçlardır.

Teşekkür

Çalışmada kullanılan verilerin temin edildiği Trabzon Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü'ne katkılarından dolayı teşekkür ederiz.

Kaynaklar

- Başçıftçi F., (2008), *Jeodezide Kullanılan Dönüşüm Yöntemlerinin Programlanması*, Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya
- Çakır L., (2012), *Ortometrik Yüksekliklerin Dolaylı Olarak GPS Gözlemlerinden Elde Edilmesinde Kullanılan Yöntemlerin İrdelenmesi*, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon
- Erol B., Çelik R. N.,(2006), *Modelling local GPS/levelling geoid with the assesment of inverse distance weighting and geostatistical kriging methods*, Geoinformation Science Journal 6/1: 78-83
- İnal C. Turgut B. ve Yiğit C., (2002), *Lokal alanlarda jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılması*, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Konya
- Kartal A., (2001), *GPS ile yükseklik belirlemede enterpolasyon yöntemlerine ait bir uygulama*, YTÜ Dergisi Mart 2001, İstanbul
- Kavzoglu T., Saka M. H., (2005), *Modelling local GPS/levelling geoid undulations using artificial neural networks*, Journal of Geodesy 78: 520-527, DOI 10.1007/s00190-004-0420-3

- Lin L. S., *Study on Developing Regional Grid-Based Geoid Model Using GPS and Leveling Data*, CD-ROM Proceedings of ACRS 2005 - Section 52: Navigation System . This research work was funded by the National Science Council with project No. NSC 93-2211-E-004-001-.
- Şentürk E., İnce C. D. ve Özkeskin B., (2014), *Kocaeli ilinde GPS nivelman ölçüleriyle yerel jeoid araştırması*, Aktif Tektonik Araştırma Grubu Çalıştayı, Muğla
- Taktak F., (2005), *Afyonkarahisar 'da GPS gözlemleri ve nivelman ölçüleri yardımıyla yerel jeoid profilinin çıkarılması*, Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya
- Teke K., Yalçinkaya M., (2005), *Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri*, Jeoid ve Düşey Datum, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu (TUJK) 2005 Yılı Bilimsel Toplantısı, 22-24 Eylül 2005, Trabzon, Türkiye, 304-313
- Üstün A., (2001), *GPS nivelmanı yardımıyla ortometrik yüksekliklerin elde edilmesine yönelik jeoid belirleme yöntemleri*, *YTÜ Dergisi*, (1):62-82
- Üstün A. ve Demirel H., (2003), *Düşey kontrol açısından GPS/nivelman kontrol noktalarının önemi*, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Konya
- Yaprak S., Arslan E., (2007) *Tokat modelinde GPS/nivelman yöntemi ile jeoid belirlemede deterministik ve geoistatistik yöntemlerin karşılaştırılması*, , 11. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara
- Yılmaz M., (2010), *Adaptive network based on fuzzy inference system estimates of geoid heights interpolation*, Scientific Research and Essays Vol. 5(16), pp. 2148-2154, ISSN 1992-2248
- Yılmaz M. ve Arslan E., (2005), *Nokta yoğunluğunun jeoid hesabına etkisi*, 10. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara
- Yılmaz N., (2011), *Türkiye İçin Farklı Yöntem ve Verilerle Belirlenen Jeoidlerin Karşılaştırılması*, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon
- Yiğit C. Ö., (2003), *Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması*, Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya
- Zhong D., (1997), *Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights*, Journal of Geodesy (1997) 71: 552-561