

Harita Projeksiyonlarında Jakobiyen Matris Yöntemi ile Tersine Dönüşümler

Özge ÖZTÜRK^{1,*}, Tolga YÜCEL²,

¹Istanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Geomatik Mühendisliği Bölümü, 34469, İstanbul.

²Istanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Geomatik Mühendisliği Bölümü, 34469, İstanbul.

Özet

Kartografik uygulamalar için bir projeksiyondan diğerine dik koordinatların dönüşümü çok önemlidir. Bu sebepten öncelikle düzlem koordinatlarından coğrafi koordinatları hesaplamak gerekir. Buna inverse ya da tersine dönüşüm denir. Bu çalışmada gerçek anlamda olmayan ve kapalı denklemler içeren bazı silindirik projeksiyon örneklerinde jakobiyen matris yöntemi yardımıyla tersine dönüşüm uygulanmıştır. Bunun için 3 tane örnek pseudo silindirik projeksiyon seçilmiştir. Bunlar: Goode, Boogs ve Mollweide projeksiyonlarıdır.

Anahtar Sözcükler

Projeksiyonlar, Tersine Dönüşüm, Jakobiyen Matris

Abstract

In cartographic practice, it is very necessary to transform the rectangular coordinates from one projection into another. In this reason, one must first calculate the geographical coordinates from the rectangular coordinates. This is called inverse transformation. In this application, inverse transformation have been applied using jacobian matrix for several pseudo-cylindrical map projections with closed equations. For this application, 3 pseudo-cylindrical map projection has been selected which are; Goode, Boogs and Mollweide.

Keywords

Projections, Inverse Transformation, Jacobian Matrix

1. Giriş

1.1. Gerçek Anlamda Olmayan Silindirik Projeksiyonlar

İzdüşüm yüzeyinin küreyi saran ya da kesen bir silindir seçilmesi durumunda silindirik projeksiyonlar elde edilir. Silindirik projeksiyonlar genellikle normal konumda ekvator bölgesinde yapılacak küçük ölçekli harita çalışmalarında, denizcilikte, Transversal konumda referans yüzeyi elipsoit alınarak büyük ve orta ölçekli topografik harita yapımında ve jeodezik amaçlar için kullanılırlar (Uçar ve diğerleri, 2004). Normal konumlu silindirik projeksiyonlarda silindir küreye ekvator boyunca teğet olup, ekvator projeksiyon düzlemine kendi uzunluğunda aktarılır. Paralel dairelerde ekvator uzunluğunda olup ekvatora paralel şekilde sıralanmıştır. Paralel daireler arasındaki uzunluk φ enleminin bir fonksiyonudur. Meridyenler ise ekvatora dik şekilde sıralanmıştır. Meridyenler arasındaki uzunluk ise meridyenlerin ekvatordaki ara uzunlukları kadar olup, hepsi birbirine eşittir. Projeksiyonda x koordinat eksenini orta meridyen, y koordinat eksenini ekvator olarak kabul edilir.

Ünlü silindirik projeksiyonlardan birbirine paralel olan düz meridyenler yerine kavisli ancak enlemin düz paralel modelini paylaşan gerçek anlamda olmayan silindirik projeksiyonlar 20.yüzyıl başlarından itibaren yeni projeksiyonlar için gözde bir tasarım haline geldi (Snyder, 1993).

Genel olarak sözde silindirik projeksiyonlar tematik haritalar için daha uygundur ve silindirik projeksiyonlara göre CBS için daha çok tercih edilir. Pseudo silindirik projeksiyonlar gerçek silindirik projeksiyonlara göre daha düşük bir deformasyon gösterirler (Delmelle, 2010).

1805 yılına kadar önemli özelliklere sahip tek sözde silindirik projeksiyon 1570 yılında yapılan sinüzoidal ya da Sanson Flamsteed projeksiyonudur. 1805 yılında Karl Brandan Mollweide sinüzoidal estetik açıdan daha memnun edici, eşit alanlı bir dünya haritası projeksiyonu oluşturdu. Jacques Babinet 1857'de yeniden tanıtınca kadar Mollweide projeksiyonu keşfedilemedi. Sonuç olarak, aynı yüzyılın bazı atlaslarında, Berghaus fiziksel atlasının bazı baskıları da dahil olmak üzere, hem sayısız tematik özelliklere hem de doğu ve batı yarımküreleri için tek bir dünya haritası olarak görülen Mollweide projeksiyonu çoğu istatistiksel veriler için Coğrafi Bilgi Sistemleri 'nde taban harita olarak kullanılır (Delmelle ve Synder, 2010).

Almanya'da Technische Hochschule Aachen üniversitesinde profesör olan Max Eckert 6 tane sözde silindirik projeksiyon tasarladı (I,II,III,IV,V,VI). Bunlardan iki popüler olanını 1900'den sonra sundu. Bu projeksiyonlarda çift sayılar tek sayıların eşit alan versiyonlarıdır. Eckert IV projeksiyonu bazı Amerikan atlaslarında ve ders kitaplarında tematik ve diğer dünya haritalarında kullanıldı. Ayrıca Japon Ulusal atlasında ve National Geographic Society'nin dünya haritası haritalarının her birindeki tematik yerleştirmeler için yıllarca kullanıldı. Eckert VI projeksiyonu, 1937 Sovyet Dünya Atlası'ndaki tematik dünya haritaları için kullanıldı ve aynı Atlas'taki Pasifik ve Hint okyanuslarının haritasının temelini oluşturdu. Eckert VI projeksiyonu aynı zamanda Avrupa'da hazırlanmış iklim haritalarının temelini oluşturuyordu. Eckert

* Sorumlu Yazar E-posta: ozgeozturk11@gmail.com (Özge ÖZTÜRK)

VI projeksiyonu, çoğu CBS paketinde mevcuttur ve istatistiksel ve demografik verileri tasvir etmek için pratiktir. Verileri fiziksel olaylarda, arazi kullanımı ve ekonomik kalkınma gibi diğer amaçlar için tasvir etmek de uygundur.

1923'te Chicago Üniversitesi'nden John Paul Goode (1862-1932) sinüzoidal ve homolog grafik projeksiyonlarını sinüzoidal kullanarak eşit ölçekte, 40° 44' 11.8"enlemine kadar eriterek yeni eşit alan projeksiyonunu ilan etti. Yeni projeksiyonunu, iki orijinal projeksiyonun isimlerinden yola çıkarak homolosine olarak adlandırdı. Kesintili Goode homolosin projeksiyonu, Rand McNally's Goode'nin (Okul) Atlas serisinde olduğu gibi diğer atlaslarda ve ders kitaplarında da kullanıldı.

1929'da, ABD Dışişleri Bakanlığı coğrafyacısı Samuel Whittemore Boggs (1889-1954), Sanson'un sinüsoidal eşit alan projeksiyonu ve Mollweide'in homolog yansıması [9] [10] arasında aritmetik bir ortalama olan eumorfik projeksiyonunu sundu. 1934'te Reinholds V. Putniņš, on iki sahte silindirik projeksiyon önerdi ve bunları bir alt indis numarası olan P ile tanıttı.

1949'da F.Webster McBryde ve Paul D. Thomas, ABD Sahil ve Jeodezi Araştırması yayınında dünya istatistik haritaları için beş eşit alanlı yalancı silindirik projeksiyonları sundu. McBryde ve Thomas, projeksiyonları No.3'ü düz polar sinüsoidal, No.4 düz polar quartik ve son No. 5 düz polar parabolik projeksiyon olarak isimlendirmiştir. McBryde'nin birleştirilmiş projeksiyonlarının temeli olarak çeşitli coğrafya ders kitaplarındaki farklı örnekler için kullanılmıştır. Çoğu masaüstü CBS'si, McBryde-Thomas düz kutup projeksiyonunu desteklememektedir, ancak genellikle ESRI ArcView projeksiyon programı gibi dönüşüm olasılığı sunmaktadır.

Yirminci yüzyılda, İsveç, Birleşik Devletler, İngiltere, SSCB, Almanya ve Macaristan'dan gelen diğer insanlar, dünya haritaları için toplamda birkaç düzine yeni sözde silindirik projeksiyon üretti. Bu harita yapımcılarının isimleri arasında Arthur H. Robinson, Oswald Winkel, Karlheinz Wagner, Vladimir V.Kavrayskiy, Georgiy A. Ginzburg, Karl Siemon, Janos Baranyi, John Bartholomew, Charles F. Arden-Close ve Waldo Tobler sayılabilir.

1.2. Projeksiyon Denklemleri

Bir harita projeksiyonu, referans yüzeyindeki bir noktayı (küre veya küremsi) harita düzlemindeki bir noktaya eşleyen iki fonksiyonla verilir. Bu durum ileri dönüşüm olarak adlandırılır. Bir noktanın Kartezyen koordinatları (x, y) bu fonksiyonları kullanarak hesaplanır. Normal konumlu Pseudo silindirik projeksiyonlar için genel ifadeler şu şekildedir;

$$x = f_x(\varphi, \Delta\lambda) \quad \text{ve} \quad y = f_y(\varphi) \quad (1a)$$

veya

$$x = f_x(t, \Delta\lambda) \quad \text{ve} \quad y = f_y(t) \quad (1b)$$

veya

$$x = f_x(\varphi, \Delta\lambda, t) \quad \text{ve} \quad y = f_y(\varphi, t) \quad (1c)$$

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ olduğu yerde.


Coğrafi enlem (φ), ekvatorдан olan açısız uzaklık, coğrafi boylam (λ) yani başlangıç meridyeninden olan açısız uzaklık ve parametrik değişken (t) değişkenlerdir. X eksenini ekvatorдан doğruya doğru, y eksenini merkezi meridyenden kuzeye doğru pozitifdir. Harita fonksiyonlarındaki (t) değişkeni genellikle, aşağıda verilen lineer olmayan transandantal bir eşitlikle ifade edilir ve enlemin bir fonksiyonu olan yardımcı bir açıdır.



$$f_t(\varphi, t) = 0 \quad (2)$$

Kartograflar tarafından grafiklerle çözülmesine rağmen bu denklem sayısal analiz yöntemlerin 'Newton-Raphson' ya da 'Regula Falsi' ile çözülebilir. Bu projeksiyonlar için ters dönüşüm eşitliği eşitlik (1a)'da verilmiştir. Projeksiyonlar için ters dönüşümün formülü olan bu eşitlik basitçe zincir kuralı ile gerçekleştirilebilir. Eşitlik (1b), (1c) ve (2)'de tanımlanan fonksiyonların ters dönüşümlerinin türevlerinin alınması bazen kolay olmayabilir.

Bu çalışmada, bu tür pseudo silindirik projeksiyonların ters dönüşümü için genel bir metod önerilmektedir. Bu metodu test etmek için 3 farklı projeksiyon tipi seçildi. Bu projeksiyonlar; Boggs projeksiyonu, Goode projeksiyonu ve Mollweide projeksiyonudur. Seçilen bu projeksiyonların ileri dönüşüm eşitlikleri Tablo 1'de bir arada gösterilmiştir (Richardus ve Adler, 1972).

Tablo 1: İleri Dönüşüm Eşitlikleri

Projeksiyon	f_x	f_y	f_t
 Mollweide	$\frac{2R\sqrt{2}}{\pi} \Delta\lambda \cos t$	$R\sqrt{2} \sin t$	$2t + \sin 2t = \pi \sin \varphi$

 Goode	$R\Delta\lambda \cos \varphi$	$R\varphi$	(40°44' kuzey güney enlemleri için)
	$2\sqrt{2}R\Delta\lambda \frac{\cos t}{\pi}$	$R(\sqrt{2} \sin t - 0.05280 \operatorname{sign} \varphi)$	$2t + \sin 2t = \pi \sin \varphi$ (Diğerleri için)
 Boggs	$2.00276R \frac{\Delta\lambda}{\left(\frac{1}{\cos \varphi} + \frac{1.11072}{\cos t}\right)}$	$0.49931 R(\varphi + \sqrt{2} \sin t)$	$2t + \sin 2t = \pi \sin \varphi$

1.3. Tersine Dönüşüm

Bu bölüm harita projeksiyonunun düzlem koordinatlarından, coğrafi enlem ve boylam değerlerini türetir. Bu amaçla projeksiyon denklemlerinin parçalı türevlerini kullanan iterasyonlara bağlı bir algoritma geliştirilmiştir. Jakobiyen matrislerinin parçalı türevlerini tersini alarak doğrusal olmayan denklemlerin çözümüne dayanan bir yöntemdir. Yöntem, sayısal analizde iyi bilinen kısmi türevlerin Jakobiyen matrisinin tersine çevrilmesi ile doğrusal olmayan denklemlerin çözümüne dayanmaktadır (Maling, 1992). Bu çalışmada seçilen parçalı çözüm Newton-Raphson iterasyon modelinin değişime uğramış şeklidir. Bu çalışmada seçilen özel çözüm, Newton-Raphson yineleme yönteminin değiştirilmiş bir versiyonudur (İpbüker ve Bildirici, 2002).

Düzlem koordinatları olan x ve y değeri verilmiş projeksiyon üzerinde bir nokta düşünelim. Problem ise bu noktanın coğrafi koordinatları olan λ, φ 'yi bulmaktır. \mathbf{Q}_{i+1} ve \mathbf{Q}_i ($i = 1, 2, \dots$) vektörlerini iterasyon için coğrafi koordinatların elemanları ile aşağıdaki gibi tanımlarız;

$$\mathbf{Q}_{i+1} = \begin{bmatrix} \varphi_{i+1} \\ \lambda_{i+1} \\ t_{i+1} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} \varphi_i \\ \lambda_i \\ t_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

(i) iterasyonun asıl adımını gösterir ve φ_{i+1} ve λ_{i+1} iterasyonun sonraki adımı için φ_i ve λ_i kullanılarak elde edilen koordinatları belirtir.

\mathbf{F} fonksiyonu aşağıda verilen matris ile meydana gelir,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_x(\varphi_i, \lambda_i, t_i) \\ f_y(\varphi_i, \lambda_i, t_i) \\ f_t(\varphi_i, \lambda_i, t_i) \end{bmatrix} \quad (4)$$

burada;

$$f_x(\varphi_i, \lambda_i, t_i) - X = 0, \quad f_y(\varphi_i, \lambda_i, t_i) - Y = 0 \quad \text{ve} \quad f_t(\varphi_i, \lambda_i, t_i) = 0 \quad (5)$$

İterasyon prosedürü aşağıdaki gibi matris formunda yazılabilir;

$$\mathbf{Q}_{i+1} = \mathbf{Q}_i - \Delta\mathbf{Q} \quad (6)$$

burada;

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{F} \quad (7)$$

(8)'in mutlak değeri bir ε doğruluk seviyesi ile karşılaştırılır;

$$|\Delta\mathbf{Q}| \leq \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \quad (8)$$

Burada ε bir yakınsama değeridir ve 10^{-12} olarak alınabilir. Denklem (9) ile tanımlanan durum gerçekleşirse iterasyon durur. Bu, (x_i, y_i) , bu iterasyon adımında seçilen koordinatlara (x, y) yeterince yakın olduğu anlamına gelir (Öztañ, İpbüker, ve Uluğtekin, 2001). Newton'un iterasyonu (6) başlangıç yansıtıcılı denklemleri vasıtasıyla verilen x ve y 'ye yaklaşık olan başlangıç enlemi ve boylamdan oluşan bir başlangıç tahminine \mathbf{Q}_0 ihtiyaç duyar. İlk tahmin, Eşitlik (4) ve Eşitlik (5) ile tanımlanan f_x ve f_y işlevlerine dayanmaktadır. Bu fonksiyonlar, belirli bir varsayım φ_i ve λ_i için x_i ve y_i 'deki değişimleri sırasıyla x ve y 'ye incelemek için kullanılır. Eşitlik (7), Newton'un düzeltme terimidir. Bu terimlerin mutlak değeri bir doğruluk seviyesi ε ile karşılaştırılır. \mathbf{Q}_i ve \mathbf{Q}_{i+1} arasındaki değişim bu yakınsaklık değerinden düşükse, iterasyon durur ve son φ_i ve λ_i verilen x ve y için ters problemi çözer. Kısmi türev matrisi, bilinen adıyla Jakobiyen matrisi, aşağıdaki gibi tanımlanır (İpbüker 2009).

İleri denklemlerin Eşitlik (1b) formunda olması durumunda, Kısmi Türevleri varsayarak Eşitlik (15) yerine $\frac{\partial f_x}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial f_y}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial f_z}{\partial \lambda}$ ve $\frac{\partial f_t}{\partial \lambda}$ sıfır olacak şekilde aşağıdaki ters denklem kullanılabilir. Ayrıca yukarıdaki tüm projeksiyonlarda Boggs Eumorphic'i kabul edersek aşağıdaki kısmi türevler hesaba katılmalıdır (İpbüker 2009).

$$\frac{\partial f_x}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial f_y}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial f_z}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial f_t}{\partial \lambda} = 0.$$

Boggs Eumorphic için ek türevler;

$$\frac{\partial f_x}{\partial \varphi} = \frac{2.00276R\Delta\lambda \tan \varphi}{\cos \varphi \left(\frac{1}{\cos \varphi} + \frac{1.11072}{\cos t} \right)^2}, \quad \frac{\partial f_y}{\partial \varphi} = 0.49931R, \quad \frac{\partial f_z}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial f_t}{\partial \lambda} = 0.$$

Tablo 2: Parçalı türevler

Parçalı türev / Projeksiyon	$\frac{\partial f_t}{\partial \varphi}$	$\frac{\partial f_x}{\partial \lambda}$	$\frac{\partial f_x}{\partial t}$	$\frac{\partial f_y}{\partial t}$	$\frac{\partial f_z}{\partial t}$
Mollweide	$-\pi \cos \varphi$	$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} R \cos t$	$-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} R\Delta\lambda \sin t$	$R\sqrt{2} \cos t$	$4 \cos^2 t$
Goode	$-\pi \cos \varphi$	$2\sqrt{2}R \frac{\cos t}{\pi}$	$-2\sqrt{2}R\Delta\lambda \frac{\sin t}{\pi}$	$R\sqrt{2} \cos t$	$2(1 + \cos 2t)$
Boggs	$-\pi \cos \varphi$	$-\frac{2.00276R\Delta\lambda}{\cos \varphi + \frac{1.11072}{\cos t}}$	$-\frac{2.2245056R\Delta\lambda \tan t}{\cos t \left(\frac{1}{\cos \varphi} + \frac{1.11072}{\cos t} \right)^2}$	$0.49931 \sqrt{2} R \cos t$	$2(1 + \cos 2t)$

2. Yöntem

Bu çalışmada farklı projeksiyonlarda verilen düzlem koordinatlarını, coğrafi koordinatları çevirmek için kullanılan yöntem Jakobiyen Matris yöntemidir. Boggs, Goode ve Mollweide projeksiyonları için yukarıda verilen projeksiyonların eşitlikleri kullanılarak, Fortran ve Matlab programları üzerinde Jakobiyen matris eşitlikleri kullanılarak düzlem koordinatlarını coğrafi koordinatlarına dönüştüren ve verilen nokta koordinatlarını istenilen projeksiyon türüne göre hesaplatan programlar yazıldı.

2.1. Jakobiyen Yaklaşım

İteasyon kelime anlamı ile yineleme, tekrarlama anlamına gelmektedir. Direkt metodlarla çözümü çok uzun süren denklemlerin çözümünde itasyonlar kullanılır. Çok sayıda itasyon metodu vardır. Bu çalışmada Jakobiyen yaklaşımına yer verilecektir. Bu metod, katsayılar matrisi simetrik olan veya olmayan denklem sistemlerinde kullanılabilir. Genel olarak öncelikle itasyon için bir başlangıç değeri tahmin edilerek başlanır. İteasyon sonuna gelindiğinde ise itasyonu durdurma koşulu kontrol edilir, sağlanıyorsa itasyon durdurulur. Sağlanmıyorsa yeni değerler başlangıç denkleminde yerine konur ve durdurma koşulu sağlanıncaya kadar devam eder.

2.2. Fortran

FORTTRAN, “formül çevirici” anlamına gelen İngilizce FORMula TRANslator kelimelerinden türetilmiş bir kısaltmadır. 3. kuşak dillerin en eskisi olarak kabul edilir. 1954-1957 yılları arasında, bir anlamda “uzay çağıının” (space era) başladığı yıllarda John Backus tarafından IBM firması için bilimsel-mühendislik hesaplamalarında kullanılması amacıyla geliştirilmiş bir programlama dilidir. Yoğun matematik hesaplamaların ve algoritmaların gerektiği mühendislik problemlerinin çözümünde halen yaygın olarak kullanılmaktadır. Fortran programlama dili bilgisayar teknolojisindeki yeniliklere paralel olarak kendini sürekli yenilemiş ve yıllar içerisinde değişik sürümleri birbirini izlemiştir. İlk sürümünde yer alan problemlerin giderildiği üst versiyonu Fortran II 1958 yılında geliştirilmiştir. 1962 yılında kullanıma giren Fortran IV 15 yıl boyunca programcılara hizmet vermiştir. 1966 yılında ANSI standartlarına uygun Fortran 66 ve 1978 yılında ortaya çıkan ve Fortran 77 olarak anılan iki önemli sürümü vardır. 90'lı yılların başlarında ISO ve ANSI standartları kabul edilerek Fortran 90 adı verilen bir sürümü kullanılmaya başlanmıştır. Bunu Fortran 95 ve son olarak Fortran 2003 sürümleri izlemiştir. Bu yeni sürümleri, Fortran PowerStation isimli bir “yazılım” (software) ile kodlanmakta ve derlenebilmektedir.

2.3. Matlab

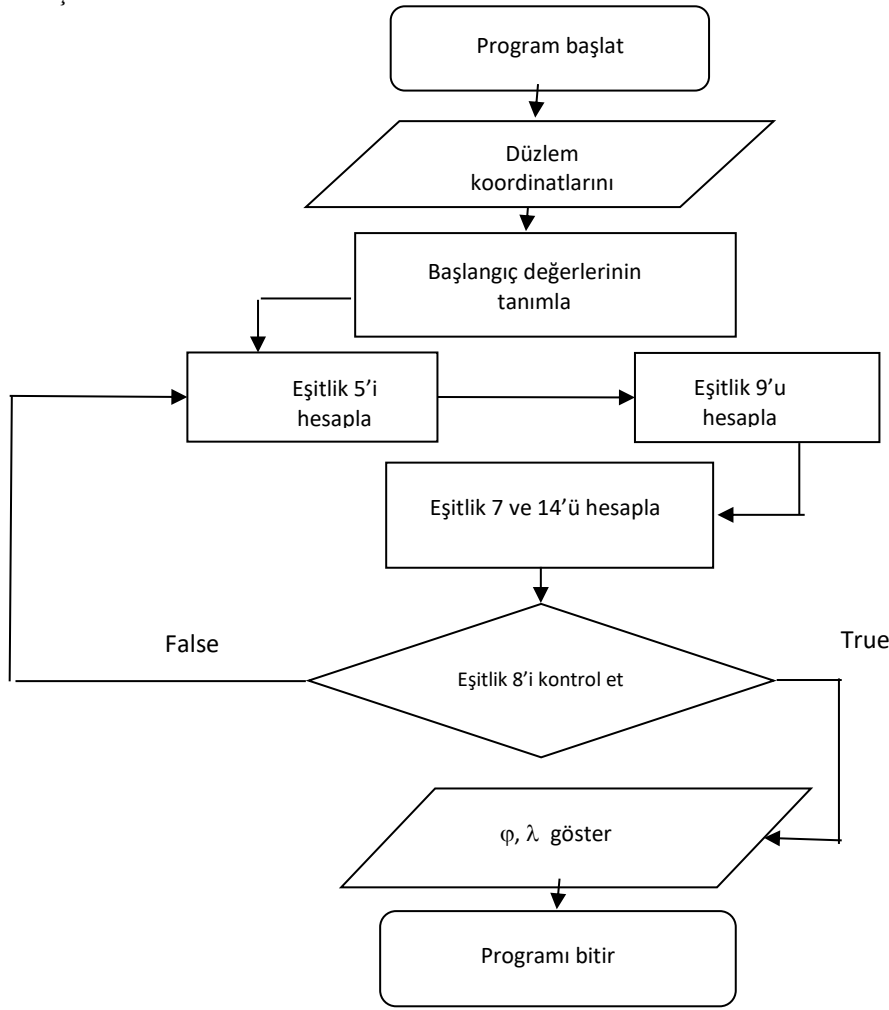
MATLAB, temel olarak nümerik hesaplama, grafiksel veri gösterimi ve programlamayı içeren teknik ve bilimsel hesaplamalar için yazılmış yüksek performanslı bir yazılımdır. Matlab programının tipik kullanım alanları: Matematik

ve hesaplama işlemleri, algoritma geliştirme, modelleme, simülasyon (benzetim) ve ön tipleme, veri analizi ve görsel efektlerle destekli gösterim, bilimsel ve mühendislik grafikleri, uygulama geliştirme şeklinde özetlenebilir.

MATLAB adı, *MATrix LABORatory (Matrix Laboratuvarı)* kelimelerinden gelir. MATLAB, ilk olarak Fortran Linpack ve Eispack projeleriyle geliştirilen ve bu programlara daha etkin ve kolay erişim sağlamak amacıyla 1970'lerin sonlarında yazılmıştır. İlk başlarda bilim adamlarına problemlerin çözümüne matris temelli teknikleri kullanarak yardımcı olmaktadır. Bugün ise geliştirilen yerleşik kütüphanesi ve uygulama ve programlama özellikleri ile gerek üniversite ortamlarında (başta matematik ve mühendislik olmak üzere tüm bilim dallarında) gerekse sanayi çevresinde yüksek verimli araştırma, geliştirme ve analiz aracı olarak yaygın bir kullanım alanı bulmuştur. Ayrıca işaret işleme, kontrol, fuzzy, sinir ağları, wavelet analiz gibi bir çok alanda ortaya koyduğu Toolbox adı verilen yardımcı alt programlarla da özelleştirilmiş ve kolaylaştırılmış imkanlar sağlamış ve sağlamaya da devam etmektedir.

3. Uygulama

Bu çalışmanın uygulama aşamasında öncelikle düzlem koordinatlarından coğrafi koordinatlara dönüşüm işlemi yaptırmak amacıyla Fortran programında her bir projeksiyon için ayrı programlar yazıldı. Bu programın akış diyagramı şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1: Program akış şeması

Fortran programında yazılan programın kodları aşağıdaki gibidir.

```

program boqs
integer:: tur
real, parameter:: pi=3.141592653589793, R=63.7
real:: lo, ro, x, y, b, l, t, dl, cb, sb, s2t, c2t, st, ct, fx, fy, ft, dfxdb, dfydb
real:: dftdb, dfxdt, dfydt, dftdt, dfydl, dftdl, dfxdl, det, dfb, dfl, dft, k, afb, afl
k=2
lo=0
ro=pi/180
x=30.78
y=17.54
tur=0
  
```

```

b=0
l=0
t=0
dl=1-l0
do
tur=tur+1
print*,tur
cb=cos(b*ro)
sb=sin(b*ro)
s2t=sin(2*t*ro)
c2t=cos(2*t*ro)
st=sin(t*ro)
ct=cos(t*ro)
dl=1-l0
fx=2.00276*ro*dl/(1/cb+1.11072/ct)-x/R
fy=0.49931*(b*ro+sqrt(k)*st)-y/R
ft=2*t*ro+s2t-pi*sb
dfxdb=2.00276*dl*ro*tan(b*ro)/cb/(1/cb+1.11072/ct)/(1/cb+1.11072/ct)
dfydb=0.49931
dftdb=-pi*cb
dfxdl=2.00276/(1/cb+1.11072/ct)
dfxdt=-2.2245056*dl*ro*tan(t*ro)/cos(t*ro)/(1/cb+1.11072/ct)/(1/cb+1.11072/ct)
dfydt=0.49931*sqrt(k)*ct
dftdt=2*(1+c2t)
dfydl=0
dftdl=0
det=dfxdb*(dfydl*dftdt-dftdl*dfydt)-dfxdl*(dfydb*dftdt-dftdb*dfydt)+dfxdt*(dfydb*dftdl-dftdb*dfydl)
dfb=(fx*(dfydl*dftdt-dftdl*dfydt)+fy*(dftdl*dfxdt-dfxdl*dftdt)+ft*(dfxdl*dfydt-dfydl*dfxdt))/det
dfl=(fx*(dftdb*dfydt-dfydb*dftdt)+fy*(dfxdb*dftdt-dftdb*dfxdt)+ft*(dfydb*dfxdt-dfxdb*dfydt))/det
dft=(fx*(dfydb*dftdl-dftdb*dfydl)+fy*(dftdb*dfxdl-dfxdb*dftdl)+ft*(dfxdb*dfydl-dfydb*dfxdl))/det
b=b-dfb
l=l-dfl
t=t-dft
afb=abs(dfb)
afl=abs(dfl)
print*,afb,afl
IF((afl<0.0001).and.(afb<0.0001)) then
exit
else
cycle
end if
end do
print *,tur,t,x,y,b,l
End program boggs

```

Bu program Boggs projeksiyonu içindir. Goode ve Mollweide projeksiyonları içinse sadece fx, fy ve ft fonksiyonlarının formülleri değiştirilerek hesaplanmıştır.

Aynı dönüşüm işlemini Matlab programında yaptırdığımızda ise kodlar;

```

format long g
l0=0;
pi=3.141592653589793;
ro=pi/180;
R=63.7;
x=38.12;
y=78.26;
tur=0;
b=0;
l=0;
t=0;
dl=1-l0;
while (1)
tur=tur+1
cb=cos(b*ro);
sb=sin(b*ro);
s2t=sin(2*t*ro);
c2t=cos(2*t*ro);
st=sin(t*ro);
ct=cos(t*ro);
dl=1-l0;
fx=2*sqrt(2)*ro*dl*ct/pi-x/R;
fy=sqrt(2)*st-0.0528-y/R;
ft=2*t*ro+s2t-pi*sb;
dfxdb=0;
dfydb=0;
dftdb=-pi*cb;
dfxdl=2*sqrt(2)*ct/pi;
dfxdt=-2*sqrt(2)*dl*ro*st/pi;
dfydt=sqrt(2)*ct;

```

```

dftdt=2*(1+c2t);
dfydl=0;
dftdl=0;
det=dxdb*(dfydl*dftdt-dftdl*dfydt)-dxdl*(dfydb*dftdt-dftdb*dfydt)+dxdt*(dfydb*dftdl-dftdb*dfydl);
dfb=(fx*(dfydl*dftdt-dftdl*dfydt)+fy*(dftdl*dxdt-dfxdl*dftdt)+ft*(dxdl*dfydt-dfydl*dxdt))/det;
dfl=(fx*(dftdb*dfydt-dfydb*dftdt)+fy*(dfxdb*dftdt-dftdb*dxdt)+ft*(dfydb*dxdt-dfxdb*dfydt))/det;
dft=(fx*(dfydb*dftdl-dftdb*dfydl)+fy*(dftdb*dxdl-dfxdb*dftdl)+ft*(dfxdb*dfydl-dfydb*dxdl))/det;
b=b-dfb;
l=l-dfl;
t=t-dft;
abs(dfb)
abs(dfl)
if abs(dfb) <0.001 && abs(dfl) <0.001
    break
end

```

4. Sonuçlar

Üç ayrı projeksiyonda alınan düzlem koordinatlar ve bunların program çıktısı olan coğrafi koordinatları Tablo 3, Tablo 4 ve Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 3: Boggs projeksiyonunda verilen düzlem koordinatların coğrafi koordinat çıktıları

Boggs	X(cm)	Y(cm)	φ°	λ°	t°
	30.78	17.54	15.0024	29.9924	11.8147
	47.84	51.61	44.9988	59.9902	36.3010
	30.88	82.39	75.0010	89.9856	64.9670

Tablo 4: Goode projeksiyonunda verilen düzlem koordinatların coğrafi koordinat çıktıları

Goode	X(cm)	Y(cm)	φ°	λ°	t°
	29.39	15.08	14.9985	29.9919	11.8117
	72.60	49.97	44.9971	89.9929	36.2996
	38.12	78.26	75.0001	89.9984	64.9659

Tablo 5: Mollweide projeksiyonunda verilen düzlem koordinatların coğrafi koordinat çıktıları

Mollweide	X(cm)	Y(cm)	φ°	λ°	t°
	29.39	15.08	12.2476	29.7723	9.6347
	72.60	49.97	41.9246	87.1614	33.6897
	38.12	78.26	70.7787	76.9741	60.3500

Teşekkür

Bu çalışmaya bizi teşvik eden, çalışmanın yürütülmesi ve oluşumunda ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığımız, çalışmamızı bilimsel temeller ışığında şekillendiren sayın Prof.Dr. Cengizhan İPBÜKER hocamıza sonsuz teşekkürlerimizi sunarız.

Kaynaklar

- Delmelle, E.M. (2001), *Map Projection Properties: Considerations for small-scale GIS applications*, Master of Arts, SUNY Department of Geography, p.117.
- İpbüker, C. (2002), *An Inverse Solution to the Winkel Tripel Projection*, Cartography and Geographical Information Science, 29pp.37-4
- İpbüker, C., Bildirici, I.O. (2002), *A General Algorithm for the Inverse Transformation of Map Projections using Jacobian Matrices*, Proceedings of the Third International Conference on Mathematical & Computational Applications, September 4-6, Konya, Turkey, pp.175-182
- İpbüker, C. (2009), *Inverse Transformation For Several Pseudo-Cylindrical Map Projections Using Jacobian Matrix*, Gervasi et al.(Eds.):ICCSA2009 Part I, LNCS 5592. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp.553-564, ISSN: 0302-9743
- Maling, D.H. (1992), *Coordinate Systems and Map Projections*, Oxford Pergamon, 476 p.
- Öztaş, O., İpbüker, C., Uluğtekin, N. (2001), *A numerical Approach to Pseudo-projections on Example Franz Mayr Projection*, Journal of General Command of Mapping, 125, pp. 37-50

Richardus, P., Adler, R.K. (1972), *Map Projections: For Geodesists, Cartographers and Geographers*, North Holland Publishing Company, p.174.

Ruffhead, A. C. (1998), *Enhancement of Inverse Projection Algorithms with Particular Reference to the Syrian Stereographic Projection*, Survey Review, 34, 270, pp. 501-508.

Snyder, J.P. (1993), *Flattening the Earth, Two thousand years of map projections*, The University of Chicago Press, 363 p.

Strubecker, K. (1967), *Einführung in die höhere Mathematik*, Band II, R. Oldenberg Verlag, München, Wien.