

GPS VE NİVELMAN ÖLÇÜLERİ İLE ÇEKÜL SAPMASI BİLEŞENLERİNİN HESAPLANMASI ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

A. Ceylan¹, M. Akkul²

¹ Selçuk Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Ölçme Tekniği Anabilim Dalı, Konya, aceylan@selcuk.edu.tr

² Arsin Kadastro Müdürlüğü, Jeodezi ve Fot. Mühendisi, Arsin, Trabzon, m.akkul@hotmail.com

ÖZET

Çekül sapması, yersel ağlara ilişkin jeodezik ölçülerin (yatay ve düşey doğrultu gözlemleri ve uzunluk ölçüleri vb.) elipsoid üzerine indirgenmesinde ve jeoid modellemelerinde kullanılmaktadır. Genellikle, astro-jeodezik ve gravimetrik yöntemlerle elde edilmektedir. Bu yöntemler oldukça zor ve zaman alıcı yöntemlerdir.

Uydu konum Belirleme Tekniği (GPS)'nin jeodezide yaygın olarak kullanımı ile noktalara ait elipsoidal koordinatlar kolaylıkla elde edilebilir hale gelmiştir. Noktalara ait ortometrik yükseklikler de geometrik nivelman tekniği ile belirlendiği durumlarda, GPS/nivelman ile, jeoid yükseklik farkları ve çekül sapması bileşenlerinin hesabı diğer yöntemlere göre daha hızlı ve daha kolay hesaplanabilir hale gelmiştir.

Bu çalışmada, çekül sapması ve bileşenleri, çekül sapması türleri ve hesaplama yöntemleri ile jeoid belirleme yöntemleri ayrıntılı olarak anlatıldıktan sonra GPS ve nivelman ölçüleri ve onlardan elde edilen jeoid yükseklik farklarından çekül sapması hesaplanmasına ilişkin yöntem tanıtılmış ve konunun uygulaması bir test ağında gerçekleştirilmiştir. Seçilen bir hat üzerinde çekül sapması bileşenleri ve jeoid yüksekliklerinin değişimi incelenmiştir. Ayrıca aynı hatta ait EGM96 ve CG03C jeoid modelleri yardımı ile çekül sapması bileşenleri ve jeoid yükseklikleri hesaplanmıştır. GPS/Nivelman, EGM96 ve CG03C modellerinden elde edilen değerler karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak GPS ve nivelman verileri yardımıyla jeoid yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenlerinin değişimi araştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Çekül Sapması, Çekül Sapması Bileşenleri, GPS/Nivelman, EGM96, CG03C

ABSTRACT

ASSESSMENT OF DEFLECTION OF THE VERTICAL COMPONENTS FROM GPS AND LEVELLING MEASUREMENT

Deflection of the vertical is used in geoid modellings in reducing to ellipsoid plane of geodesic measures related to geoid network (vertical and horizontal observations and length dimensions). It is generally reached by Astro-Geodesical and gravimetrical techniques. This techniques are very difficult and time-consuming.

Ellipsoidal coordinations belonging to points are easily reached by using the Global Position System (GPS) in geodesy. It is absorbed that in condition of orthometric heights belonging to the points are calculated by geometrical leveling technique the calculation of Deflection of the vertical components and variations of GPS/leveling, and geoid heights turned easier and faster.

In this study, after deflection of the vertical, its components, the sort of deflection of the vertical and its calculation techniques are told by geoid determining techniques, there given an information on GPS and leveling measure and the technique related to deflection of the vertical found by geoid height variation of those, finally the practice of the subject was realized in a test network. Deflection of the vertical components and the variation of geoid heights were examined in a determined network. Moreover deflection of the vertical components and geoid heights were calculated by the help of EGM96 and CG03C geoid models belonging to the same network. The obtained data of GPS/Leveling, EGM96 and CG03C models were compared. In summary, geoid heights and were variation of deflection of the vertical components were examined by the data of GPS/leveling.

Keywords: Deflection of the vertical components, GPS/Leveling, EGM96, CG03C

1. GİRİŞ

Çekül sapması, bir noktadaki jeodezik başucu doğrultusu ile yerel astronomik başucu doğrultusu arasındaki açı olarak tanımlanmaktadır (Gürkan 1979). Çekül sapması, yersel ağlara ilişkin jeodezik ölçülerin (yatay ve düşey doğrultu gözlemleri, uzunluk ölçüleri vb) elipsoid üzerine indirgenmesinde ve jeoid modellemede kullanılmaktadır. Genellikle Astro-Jeodezik veya gravimetrik yöntemler ile elde edilir. Astro-Jeodezik yöntemde, astronomik koordinatlar (Φ , Λ) ve jeodezik koordinatlar (ϕ , λ) yardımıyla hesaplanmaktadır. Gravimetrik yöntemde ise yer gravite alanına ait gravite anomalileri kullanılarak Stokes formülleriyle hesaplanmaktadır.

Uydu Konum Belirleme Tekniği (GPS)'nin jeodezide yaygın olarak kullanımı ile noktalara ait elipsoidal koordinatlar kolaylıkla elde edilebilir hale gelmiştir. Noktalara ait ortometrik yükseklikler de geometrik nivelman tekniği ile belirlendikten sonra elipsoidal ve ortometrik yüksekliklerden yararlanılarak hesaplanan jeoit yükseklik farkları ve bunlar yardımıyla da çekül sapması bileşenlerinin hesabı diğer yöntemlere göre daha hızlı ve daha kolay hesaplanabilmektedir.

Bu çalışmanın amacı, seçilen bir test ağında GPS/Nivelman verileri ile elde edilen jeoit yükseklikleri ve çekül sapması bileşenlerinin değişiminin belirlenmesidir. Ayrıca, GPS/Nivelman ile elde edilen jeoit yükseklikleri ve çekül sapması bileşenlerinin EGM96 ve CG03C jeoit modelleriyle elde edilen değerleri karşılaştırılmasıdır.

2. BOZUCU GRAVİTE ALANI

2.1. Jeoid Yükseklikleri

Geoit, kısmen katı yeryüzü içinden geçen bir nivo yüzeyidir. Bu yüzeyin eğriliği yoğunluğun ani olarak değiştiği yerlerde süreksizlik gösterir. Bu nedenle geoit analitik bir yüzey değildir. Geoit yeryuvarının gravite alanının bir eşpotansiyel yüzeyidir. Yaklaşık olarak global ortalama deniz seviyesidir. Jeodezik ülke ölçmelerinde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise geoit ile ilgilidir. Elipsoit matematiksel olarak tanımlanan düzenli bir yüzeydir. Öte yandan geoit düzensiz bir yüzeydir. Bu nedenle bu iki yüzey çakışmaz. İki yüzey arasındaki farka geoit ondülasyonu, geoit yüksekliği yada geoit ayrımı denir ve N ile gösterilir. Geoit gravite potansiyelinin her yerde eşit olduğu ve çekül doğrultusuna daima dik olan bir yüzeydir. (Yılmaz ve Aslan 2006).

2.2. Jeoit Belirlemenin Yöntemlerinin Sınıflandırılması

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Geoit modelleri yerel, bölgesel veya global alanlar için geliştirilebilir.

Jeoit hesabında ;

- Astro-jeodezik yöntemler
- Gravite alanı modelleri
- Global jeopotansiyel modeller
- Geometrik modeller
- Kombine yöntemler (GPS-Nivelman, GPS-Gravimetrik vb.)

en sık kullanılan tekniklerdir (Yanar 1999).

2.2.1. Astro – Jeodezik belirleme modelleri

Eğer çekül sapması verilmişse (yada elde edilebiliyorsa), geoitin şekli kolayca belirlenebilir. Bir ds mesafesinde geoit yüksekliği N'deki değişim aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz 1984) .

$$dN = -\varepsilon ds \quad (1)$$

Eşitlikte ε kenar doğrultusundaki çekül sapmasıdır ve aşağıdaki eşitlikle hesaplanır

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (2)$$

Eşitlikteki α kenarın azimutu, ξ ve η ise sırasıyla noktadaki çekül sapmasının meridyen ve birinci düşey doğrultudaki bileşenleridir ve aşağıdaki formüllerden hesaplanırlar.

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (3)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi$$

Burada, φ ve λ noktanın jeodezik enlem ve boylamı, Φ ve Λ ise noktanın astronomik koordinatlarıdır. Eğer A başlangıç noktasındaki geoit yüksekliği biliniyorsa, bir *Denklemini buraya yazın*. AB kenarı boyunca geoit yüksekliğindeki değişim ΔN değeri aşağıdaki integralle hesaplanabilir ve buna bağlı olarak B noktasındaki geoit yüksekliği bulunur.

$$N_B = N_A - \int_A^B \varepsilon ds \quad (4)$$

2.2.2. Global jeoit belirleme modelleri

Global jeoit modelleri, tüm dünyaya ait gravite bilgilerinden faydalanarak oluşturulmuş bir modeldir. Bu modellere örnek olarak potansiyel katsayılarından yararlanarak jeoit yüksekliği hesaplama ilkesine dayanan CG03C ve EGM 96 modelleri verilebilir.

2.2.2.1. EGM 96 modeli

Bu model DMA (U.S Defence Mapping Agency), NIMA (National Imaginery and Mapping Agency), GSFC (NASA Goddard Space Flight Centre) ve Ohio State Üniversitesi tarafından geliştirilmiştir. Son versiyonu 24 Eylül 1996 tarihinde çıkarılmış olup, son versiyon piyasaya sürülmeden önce 5 modeli içeren geniş bir test yapılmıştır. Son yapılan çalışmalarla global jeoid modelinin hassasiyeti $\pm 0.5-1.0$ m'ye , küresel harmonik modelin derecesi ve sırası 360'a çıkarılmıştır (Kartal 1998).

2.2.2.2. CG03C modeli

CG03C jeoid modeli , CG01C jeoid modelinin bir üst modelidir. Bu model aynı CHAMP mission ve yuzey datası esas alınarak kurulmuş (0,5 x 0.5 derece, gravimetre ve altimetre) fakat neredeyse iki katı kadar duyarlılığa sahiptir.

CG03C modeli küresel harmonik katsayıları bakımından tam bir model ve 100km lik dalgaboylu jeiod ve yerçekimi anamollerini ortadan kaldırabilir. Özel bir band-sınırlama metodu kullanılarak, jeopotansiyelin düşük frekanslı bandındaki hassas uydu datası korunmuş ve yüzeyden gelen yüksek frekanslı bilgiye yumuşak geçiş sağlanmış oldu. Daha önceki CHAMP/GRACE küresel yüksek çözünürlüklü yerçekimi modelleri ile karşılaştırıldığında bu modelin 400km lik dalgaboylarındaki hassasiyetin yaklaşık on katı kadar artırılabilirdiği görülmüştür. Bu şekilde jeoid yüksekliğindeki hassasiyet 3cm, yerçekimi anomolisindeki hassasiyet ise 0.4 mgal olarak belirlenmiştir. 100km'lik mesafeler için bütün 360'lık modelin hassasiyeti 30cm ve 8mgal olarak belirlenmiştir. Genel olarak okyanus yüzeylerindeki hassasiyet, kıtalar üzerindeki hassasiyetten daha iyi olup mevcut yüzey datasının kalitesini yansıtmaktadır. (Url1)

Bazı özellikleri;

Model ismi EIGEN-CG03C

Yeryüzü gravite sabiti:0,3986004415E+15

Radyus : 0,6378136460E+07

Maks derece 360

Hatalar kalibre edilmiş.

2.2.3. Bölgesel jeoit belirleme modelleri

Yerel olarak uygulanan ve kullanıldığı ülkenin fiziksel koşullarına bağlı olarak değişiklik gösteren modellerdir. Yerel jeoit modellerinin hesaplanması işlemi Stokes integraline dayanır:

$$N = N_{GM} + \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} (\Delta g - \Delta g_{GM}) S(\psi) d\sigma \quad (5)$$

N : Jeoit yüksekliği

N_{GM} : Global modele göre hesaplanan jeoit yüksekliği

R : Dünyanın yarıçapı

γ : Normal gravite

Δg : Gravite anomalisi

Δg_{GM} : Global modele göre hesaplanan gravite anomalisi

$S(\psi)$: Stokes fonksiyonu

σ : İntegrasyonun kapsadığı küresel aralık

2.2.4. Gravimetrik yöntemler ile jeoit yüksekliği belirleme

Çekül sapmalarının diğer bir elde edilmesi yöntemi gravimetrik yöntemdir. Çekül sapmasının meydana gelmesinde rol oynayan etken, dünya kütle dağılımının homojen olmamasıdır. Yerçekimi ivmesi, diğer bir adıyla ağırlık, g , yerin kütle yoğunluğu ve bunun dağılımına bağlıdır. Gravimetrik çekül sapması, g 'nin indirgenmesiyle bulunan Δg ağırlık anomalilerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu şekilde elde edilen çekül sapmaları salt çekül sapmalarıdır. Ağırlık anomalileri Δg 'ler biliniyorsa jeoidin elipsoidden olan yükseklikleri N ve dolayısıyla gravimetrik çekül sapmaları bulunabilir (Yiğit 2003).

Gravimetrik yöntemler genellikle, sınır yüzeylerindeki Δg gravite anomalilerinden, jeoit yüksekliğinin belirlendiği yerlerde jeodezik sınır değeri problemlerinin çözümü için kullanılır. Gravimetrik yöntemler ile jeoit yükseklikleri hesabında üç yöntem kullanılmaktadır (Tuşat 2000, Yiğit 2003). Bunlar;

- Klasik veya hızlı Fourier tekniği ile Stokes integrasyonu
- En küçük karelerle kolokasyon yöntemi
- Kolokasyon ve integrasyon yöntemlerinin kombinasyonudur.

2.2.5. GPS/Nivelman yöntemiyle jeoit belirleme

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte koordinatları elde etmek için birbirini gören noktalarda klasik yöntemlerle çok yorucu ve zaman alıcı olan açı ve kenar ölçmeleri yapıldı. GPS kullanılarak koordinatların elde edilmesinde noktalarının birbirini görme zorunluluğu ortadan kalkmıştır ve nirengi ağlarının kurulması daha kolay ve esnek hale gelmiştir (Aslan ve Yılmaz 2005).

Gravite verilerinin olmadığı bölgelerde, mevcut nivelmanla elde edilmiş ortometrik yüksekliklerle GPS'ten elde edilen elipsoidal yükseklikler kombinasyonu uygulanabilir. Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin hesaplanabilmesi için, çalışma alanında düzenli olarak dağılmış her iki sistemde yükseklikleri bilinen ortak noktalara gereksinim vardır (Çorumluoğlu ve ark 2002).

Fiziksel yeryüzü üzerinde bir P noktasının h elipsoidal yüksekliği P noktasından geçen elipsoit normali üzerinden ölçülür, bu durumda h elipsoidal yükseklik bu normal doğrusu üzerinden P noktasının elipsoide olan uzaklığıdır. P noktasının ortometrik yüksekliği ise P noktasından geçen çekül eğrisi ile jeoit arasındaki mesafedir.

Çekül eğrisi ve elipsoit normali arasındaki farklılık çekül eğrisinin eğriliği yüzündendir. h elipsoidal yükseklik olmak üzere iki eğri arasındaki uzunluk farkı;

$$h = h \sin \epsilon \tan \epsilon \quad (6)$$

formülüne göre belli edilir.

Bu yeryüzünün bütün topoğrafik yükseklikleri için ihmal edilebilir bir etkidir. Örneğin $\epsilon=1'$ ve $h=10000\text{m}$ için $\delta h < 1$ mm olur.

Bu durumda; h elipsoidal yükseklik, N jeoit ondülasyonu olmak üzere; ortometrik yükseklik H ,

$$H = h - N \quad (7)$$

eşitliği ile belirlenir (Yiğit 2003).

2.2. Çekül Sapması

2.2.1. Çekül doğrultusu kavramı

Yeryuvarında bulunan kitleler ve kaynağı bu kitleler olan çekim kuvveti Newton çekim yasasına göre buldukları ortamda bir kuvvet alanı oluştururlar. Bu kuvvet alanları yeryuvarı kendi eksenini etrafında batıdan doğuya doğru dönerken dönme eylemi yapar ve merkez kaç kuvvet alanı oluşur. Yeryuvarındaki her kitle bu iki kuvvetin bileşkesi olan bir kuvvetin etkisinde kalırlar. Bu bileşke vektöre yerçekimi vektörü yani gerçek gravite vektörü denir ve "g" ile gösterilir. Bu gerçek gravite vektörünün doğrultusuna "Düşey Doğrultu" adı verildiği gibi serbestçe sallanan bir çekülün ipi ile çakıştığı için "Çekül Doğrultusu" da denir.

2.2.2 Çekül sapması

Çekül doğrultusunun jeodezide özel bir yer edinmiş genel bir kavram olmasına karşılık, çekül sapması sadece jeodeziye ait bir kavramdır. Bunun ortaya çıkışı, daha doğrusu uygulamada yerini alışı da 19. Yüzyılım ikinci yarısına rastlar. Buradaki anlamıyla çekül sapması, aslında bir doğa olayı olmayan, ancak, doğa gerçeklerine ulaşma uğraşında önerilen bir düşünsel modelden kaynaklanan ve yeryuvarını biçimiyle ilgili bilgi birikiminde ayrıntılar

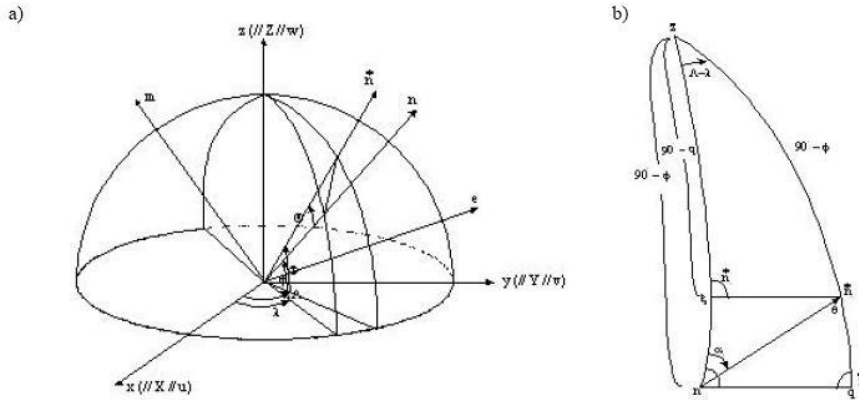
söylemiştik. Çekül sapmasını oluşturan bu doğrultulardan standart gravite vektörü (jeodezik-başucu) doğrudan ölçülemeyecek bir düşünsel doğrultu olduğu için bu doğrultunun hesaplanması gerekmektedir. Bu hesaplamalarda farklı yöntemler kullanıldığı için çekül sapması kullanılan bu hesaplama yöntemlerine göre özel adlar alırlar.

2.2.4.1. Astro-Jeodezik çekül sapması

Bu yöntem, çekül sapmasını oluşturan doğrultulardan biri astronomik gözlemlerle diğeri ise jeodezik ölçme ve hesaplamalarla üretildiği için Astro-Jeodezik çekül sapması adını almıştır. Bu hesaplama yönteminde tanımlanması gereken büyüklük ve doğrultular; Λ : Astronomik boylam, Φ : Astronomik enlem, φ : Jeodezik enlem, λ : Jeodezik boylam, e : Jeodezik doğru, m : Jeodezik kuzey, n : Jeodezik başucu, n^* : Astronomik başucu dur.

Herhangi bir noktaya ilişkin çekül sapması bileşenlerinin (η , ξ), o noktaya ait astronomik (Λ , Φ) ve jeodezik (λ , φ) verilerden hesaplanmalarını sağlayacak eşitliklerin çıkarılması için, merkezi P noktasında olan birim yarıçaplı bir küre düşünülür. Ayrıca, P noktasından, birbirine paralel olan X ve u ve Z ve w eksenlerine birer paralel çizilerek x,y, z eksenleri oluşturulur (Gürkan 1979, Acar 1999, Turgut ve Acar 2005).

Şekil 2.a, bu kürenin kuzey kutup tarafında kalan yarısını temsil etmektedir. Eğer eksenlerin bu birim küreyi deldikleri noktalar kendi simgeleriyle gösterilirse küre yüzeyinde z, n, n noktaları bir küresel üçgen oluşturur (Şekil 2.b). Toplam çekül sapması (θ), onun azimutu (α_0), doğu-batı bileşeni (η) ve kuzey-güney bileşeni (ξ) astronomik ve jeodezik verilerle aynı küresel üçgende toplanmış olurlar.



Şekil 2: Astro jeodezik çekül sapması bileşenleri

Bu küresel üçgenlerden (z, n, n_e ve z, n, n_m) trigonometri bilgileriyle;

$$\sin \eta = \sin(\Lambda - \gamma) \cos \varphi \quad (12)$$

$$\cos(\Lambda - \gamma) = \tan \Phi \cdot \cot q \quad (13)$$

$$\xi = \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) - \left(\frac{\pi}{2} - q \right) \quad (14)$$

eşitliği yazılır. η ve $(\Lambda - \lambda)$ küçük açılar olduğundan sinüsleri yerine radyan değerleri, cosinüsleri yerine birim alınmakla yapılacak hata, pratiğin göz ardı edebileceği miktardadır. Böylece yukarıdaki eşitliklerden,

$$\eta = (\Lambda - \gamma) \cos \varphi \quad (15)$$

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (16)$$

yazılır (Gürkan 1979, Acar 1999, Turgut ve Acar 2005).

2.2.4.2. Gravimetrik çekül sapması

Bu hesaplama yönteminde çekül sapması bileşenleri jeop ile sferop'un normaleri arasındaki açının bileşenleri olarak doğrudan doğruya bulunur. Veri olarak da yeryüzünün tüm noktalarındaki Δg gravite anomalileri, bir başka deyişle gravite ölçülerinin sonuçları kullanılır (Gürkan 1979).

Karaların altından da uzandığı düşünülen durgun deniz yüzeyine fiziksel yeryüzünün matematiksel şekli denir. 1872 yılında Listing bu yüzeje jeoid adını vermiştir. Ağırlık anomalileri Δg 'ler biliniyorsa jeoidin elipsoidten olan yükseklikleri N ve dolayısı ile gravimetrik çekül sapması hesaplanabilir (Acar ve Turgut 2005).

Çekül sapmalarının gravite anomalilerinden bulunabilmesi için gerekli formül Vening Meinesz (1928) tarafından

verilmiştir (Heiskanen ve Moritz 1984).

Gravite ölçülerinin sonuçları bu formül yani Vening-Meinesz integralleri ile çekül sapması bileşenlerine dönüştürülür.

$$\xi = \frac{1}{4\pi G} \iint \Delta g \frac{dS}{d\psi} \cos \alpha d\sigma \quad (17)$$

$$\eta = \frac{1}{4\pi G} \iint \Delta g \frac{dS}{d\psi} \sin \alpha d\sigma \quad (18)$$

Gravimetrik çekül sapmasıyla astro-jeodezik çekül sapmalarının sayısal değerler olarak karşılaştırılabilmesi için, her şeyden önce astro-jeodezik çekül sapmalarının mutlak çekül sapmaları olması gerekir. Ayrıca, gravimetrik çekül sapmaları da dolaylı etkiden arındırılmış olmalı ve her ikisi de ya yeryüzündeki bir noktaya ya da jeoidin yüzeyindeki bir noktaya ait olmalıdır. Tüm bunlar gerçekleştirilmiş ise aradaki sayısal farkların, ölçü hataları ve hesaplamalarda göz ardı edilen miktarlarla açıklanabilmesi ve bir rastgele dağılıma uyması gerekir (Gürkan 1979).

Gravimetrik çekül sapmasının iki önemli özelliği vardır. Birincisi, hesaplanan değerlerin mutlak oluşudur. Diğeri ise mutlak olarak hesaplanan çekül sapmaları müşterek bir sisteme ait olduklarından dünya jeodezik sitemin teşkilinde en önemli unsur olarak gereklidirler. İstenen her noktada tespiti mümkün olan gravimetrik çekül sapmaları lokal jeoid etütlerini mümkün kılar (Turgut ve Acar 2005).

Eğer Vening-Meinesz formülündeki integrasyon tüm yeryüzünü kaplamıyor ancak yalnızca söz konusu noktanın çevresine kadar uzanıyorsa uzak bölgelerin göz ardı edilmesi nedeniyle bir hata yapılıyor demektir. Bu hata birbirinden çok uzak olmayan noktalar için hemen hemen aynı olup kısa bir profildeki noktalarda yavaş değişir. Bu nedenle böyle bir yolla hesaplanmış olan gravimetrik çekül sapmaları astro-jeodezik çekül sapmalarının enterpolasyonunda kullanılabilir (Heiskanen ve Moritz 1984).

Astrojeodezik çekül sapmalarının gravimetrik olarak enterpole edilen değerlerle kombine edilmesine Astro-gravimetrik nivelman adı verilir (Heiskanen ve Moritz 1984).

2.2.4.3. Topoğrafik – izostatik çekül sapması

Yukarıda anlatılan diğer iki çekül sapması türlerinin bileşenlerinin hesaplanabilmesi için bazı verilerin arazide ölçüler yaparak elde edilmesi gerekmektedir. Bunların yanında arazi ölçüsüne gerek kalmadan ancak bazı varsayımlar yardımıyla gerçek ve standart gravite alanlarının, dolayısıyla jeoid ile referans elipsoidinin özdeş olmaları için bazı koşullar öngörerek topoğrafik-izostatik çekül sapması bileşenlerini hesap edebilmek mümkündür.

Jeoidin dönel bir elipsoit özelliklerini taşıması için jeoidin dışında hiçbir kitle olmaması ve jeoidin içinde var olan kitlelerin yoğunluk dağılımının standart olması gerekir. Sadece bu koşullar altında jeoidin yüzeyindeki herhangi bir noktadaki gerçek ve standart gravite vektörleri arasında büyüklük ve doğrultu bakımından herhangi bir fark olmayacaktır. Ancak jeoidin dışındaki kitleler görünen bir gerçek olduğundan birinci koşulun varlığının kabul edilmesi pek mümkün değildir. Varlığı göz ardı edilemeyecek bu kitlelerin çekül doğrultusuna olan etkisine topoğrafik çekül sapması denir.

Jeoidin içinde kalan yukarıdaki varsayımla standart kabul edilen kitlelerin yoğunluk dağılımlarının farklılık göstermesi gerçek ve standart gravite alanlarının özdeş olmasına imkan vermeyeceği için yapılan uygulamalar sonucunda diğer yollarla elde edilen çekül sapmaları ile topoğrafik çekül sapmaları arasında büyüklük bakımından farklar gözlenmiştir. Bunun sonucunda yine bazı varsayımlarla yeni bir düşünce ortaya çıkmıştır.

Bu düşünce ile öngörülen koşullar ise; jeoidin dışında kitle olmadığı jeoidin içinde kalan kitlelerden yer kabuğuna ait olanların kalınlık ve yoğunluk bakımından sabit olduğu ve yine magma ve çekirdeği oluşturan kitlelerin yoğunluk dağılımının uygun olduğudur. Ancak ikinci koşulun kabul edilemeyeceği izostati kuramıyla kanıtlanmış ve bu koşulun kabul edilememesi nedeniyle çekül doğrusuna olan etkisine izostatik çekül sapması adı verilmiştir.

Genellikle uygulamalarda, birbirini dengeleyen bu iki çekül sapması topoğrafik-izostatik çekül sapması adı altında birlikte kullanılmaktadır.

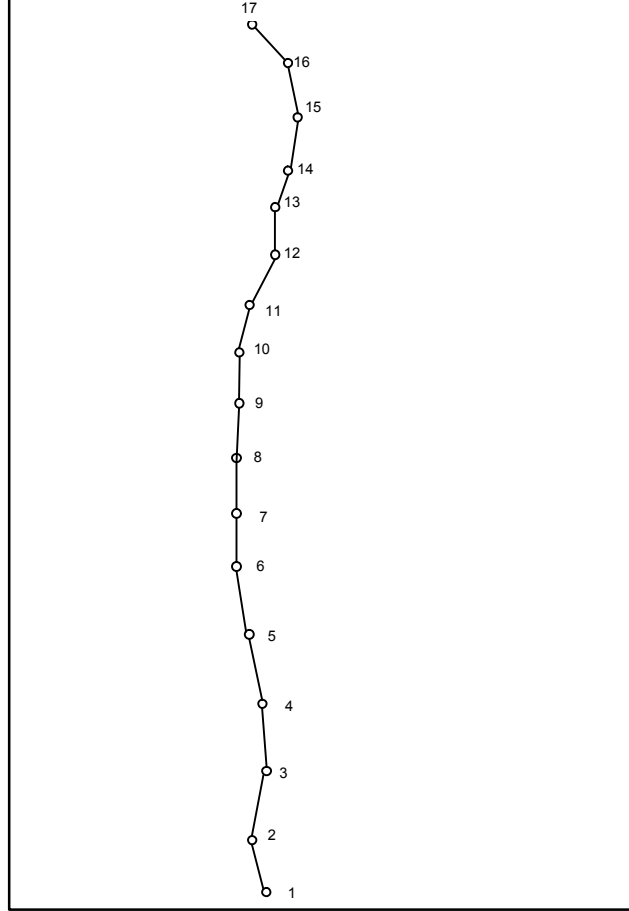
$$\left(\begin{matrix} \eta \\ \xi \end{matrix} \right)_{\text{top-izo}} = -\frac{k}{G} \iiint_{V_{\text{top}}} \frac{r}{r^3} \rho \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} dv + \frac{k}{G} \iiint_{V_{\text{izo}}} \frac{r^j}{r^3} \Delta \rho \begin{pmatrix} \sin \alpha^j \\ \cos \alpha^j \end{pmatrix} dv^j \quad (19)$$

3.UYGULAMA

3.1. Test Ağı ve Özellikleri

Bu çalışmada, Konya-Ankara Hızlı Tren Projesi kapsamında oluşturulan nirengi ağına ait aynı hat üzerinde olacak şekilde yaklaşık 4km aralıklı 17 noktadan oluşan bir test ağı seçilmiştir. Ağa ait nokta yükseklikleri yaklaşık 876 m ila 1032 m arasında olup, hat uzunluğu yaklaşık 54 km dir (şekil 3).

Test ağına ait noktaların elipsoidal koordinatları söz konusu projeye ait jeodezik çalışmalardan alınmıştır



Şekil 3: Test ağı

3.2. Hesaplamalar

3.2.1. Elipsoit üzerindeki azimut (α) ve jeodezik eğri uzunluk (s) hesabı

Jeodezik eğri, jeodezik eğriliği sıfır olan, yada eş anlamda, jeodezik eğrilik yarıçapı sonsuz olan eğridir (Aksoy 1980). Jeodezik eğrilik, bir yüzey eğrisinin bir noktasında yüzeye teğet düzleme diferansiyel anlamda dik izdüşümün eğrilik olduğuna göre, jeodezik eğriliği sıfır olan eğrinin sözü edilen iz düşümü diferansiyel anlamda bir doğruyu veriyor demektir. Eğrinin bu özelliği taşıyabilmesi için, bir noktasında yüzey eğrisinin asal normalinin o noktada yüzey normali ile çakışması gerekir. Bu nedenle jeodezik eğri, “ her noktasında asal normali, yüzey normali ile çakışan eğridir” biçiminde de tanımlanabilir (Aksoy 1980).

GPS ölçümleri ile elde edilen elipsoidal koordinatlar yardım ile noktalar arasındaki jeodezik eğrilik ve azimut aşağıdaki formüller kullanılarak hesaplanabilir (Vincenty 1975).

3.2.2. Çekül sapması bileşenlerinin hesabı

Noktalara ait jeoit yükseklikleri ve çekül sapması arasındaki diferansiyel ilişki;

$$\varepsilon = -\frac{dN}{ds}$$

ile ifade edilir.

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (21)$$

formülü ile de çekül sapması bileşenleri hesaplanabilir.

Burada, ξ kuzey-güney yönündeki, η doğu-batı yönündeki çekül sapması bileşenleridir.

(20) ve (21) nolu formüller birleştirildiğinde

$$-\frac{dN}{ds} = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (22)$$

elde edilir.

Bu eşitliğin sol tarafındaki diferansiyel elamanları yerine jeoit yükseklik farkları cinsinden;

$$-\frac{\Delta N}{\Delta s} \approx \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (23)$$

yazılabilir.

A ve B noktalarına ait ortometrik yükseklik (H) ve elipsoidal (h) yüksekliklerden yararlanılarak jeoit yükseklikleri;

$$N_A = h_A - H_A \quad (24)$$

$$N_B = h_B - H_B \quad (25)$$

bağıntıları ile hesaplanabilir.

(24) bağıntısından (25) bağıntısı çıkarıldığında iki nokta arasındaki yükseklik farkları ΔN_{AB} elde edilir.

$$\Delta N_{AB} = N_A - N_B = h_A - H_B - (H_A - H_B) = \Delta h_{AB} - \Delta H_{AB} \quad (26)$$

Sonuç olarak (26) ve (23)bağıntılarından

$$-\frac{\Delta h_{AB} - \Delta H_{AB}}{\Delta s_{AB}} \approx \xi \cos \alpha_{AB} + \eta \sin \alpha_{AB} \quad (27)$$

elde edilir. Burada; ΔH : Geometrik nivelmanla elde edilen ortometrik yükseklik farkları , Δh : GPS ölçüleri ile elde edilen elipsoidal yükseklik farklarıdır.

Bu verilerden yararlanılarak herhangi bir noktanın çekül sapması bileşenleri nokta civarındaki diğer noktalara ait elipsoidal ve ortometrik yükseklik farkları yardımı ile hesaplanabilir.

(27) nolu bağıntının sol tarafı dikkate alınmadığında çekül sapması

$$\varepsilon \approx -\frac{\Delta h - \Delta H}{\Delta s} \quad (28)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.

(28) numaralı formüle hata dağılım kuralı uygulandığında çekül sapmasının standart sapması;

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{\Delta s^2} (\sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_{\Delta h}^2) + \left(\frac{\Delta h - \Delta H}{\Delta s^2} \right)^2 \sigma_{\Delta s}^2 \quad (29)$$

olur. (29) formülündeki ikinci terim ihmal edilebilir. Bu durumda,

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{\Delta s^2} (\sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_{\Delta h}^2) \quad (30)$$

bağıntısı ile çekül sapmasının standart sapması hesaplanabilir (İz ve Tse 2006). $\Delta s=1\text{km}$ ve $\sigma_{\Delta H}=\sigma_{\Delta h}$ için hesaplanan standart sapma değerleri tablo 1' de verilmiştir.

Test ağına ait her bir nokta için hesaplanan çekül sapması bileşenleri tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 1: Standart sapma ($\Delta S=1$ km için σ_ε)

	$\sigma_{\Delta H} = \pm 1\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = \pm 1\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = \pm 5\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = \pm 1\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = \pm 5\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = \pm 5\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = \pm 10\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = \pm 5\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = \pm 10\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = \pm 10\text{mm}$
σ_ε	$\pm 0.29''$	$\pm 1.05''$	$\pm 1.46''$	$\pm 2.31''$	$\pm 2.92''$

GPS ve Nivelman Ölçüleri ile Çekül Sapması Bileşenlerinin Hesaplanması Üzerine Bir Çalışma

Tablo 2: GPS-Nivelman yöntemiyle hesaplanan çekül sapması bileşenleri

N.No	GPS-NİVELMAN			N.No	GPS-NİVELMAN		
	km	ξ	η		km	ξ	η
1	6,5	0,31129	1,39355	10	5	0,56011	-8,5375
	8	3,52409	10,3138		9	1,23883	-1,4504
	10	3,24357	10,5415		12	1,31745	0,12466
2	3	3,24939	8,16079	11	3	0,33659	3,30883
	7	2,83237	6,80261		6	1,63825	-0,1094
	10	3,55531	10,1356		9	1,55693	1,29966
3	7	2,55775	2,76352	12	3	3,46749	-28,327
	10	1,21977	2,50768		6	-0,3664	40,5228
	14	2,76397	8,63791		10	1,33455	2,91665
4	3,5	0,81151	-7,8844	13	4	2,9422	-15,277
	7	2,92048	9,21208		7	0,06568	24,1413
	10	3,10349	9,33916		10	0,82517	13,4416
5	7	4,8775	16,8955	14	4	0,37189	15,94
	11	3,77586	12,4031		7	1,16922	14,6083
	13	3,99706	12,6073		10	0,92153	10,3039
6	7	-2,8193	-10,531	15	4	0,3766	10,6482
	10	0,60095	-0,1572		7	0,63574	8,89274
	14	1,71412	1,67778		10	1,04065	10,5545
7		4,27402	11,2451	16	6	-0,4101	6,71112
		11,5718	35,3792		9	-0,0894	5,31191
		5,36398	16,6599		13	0,6232	6,88172
8	6	3,74585	9,61918	17	5	-8,6436	-10,499
	9	2,59331	8,89956		9	-0,5779	4,91553
	13	1,43399	3,34635		12	0,09774	6,0071
9	6	1,86469	3,40863				
	9	1,32766	2,11061				
	13	1,59863	5,37764				

Söz konusu test ağındaki noktalara ait elipsoidal koordinatlar kullanılarak EGM96 ve CG03C jeoit modellerindeki çekül sapması bileşenleri hesaplanarak tablo 3’de gösterilmiştir.

Tablo 3: Test ağındaki noktalara ait jeoid yükseklikleri ve çekül sapması bileşenleri

N.N o	EGM96 MODELİ			CG03C MODELİ		
	N	ξ	η	N	ξ	η
1	38,155	2,507	2,812	37,807	3,201	3,201
2	38,141	2,634	2,72	37,787	3,251	3,203
3	38,08	2,777	2,554	37,713	3,291	3,238
4	38,041	2,851	2,428	37,668	3,264	3,252
5	37,999	2,924	2,27	37,623	3,18	3,265
6	37,961	2,986	2,113	37,589	3,05	3,285
7	37,936	3,01	2,02	37,569	2,949	3,302
8	37,894	3,02	1,873	37,537	2,759	3,332
9	37,866	3,012	1,781	37,518	2,619	3,353
10	37,828	2,963	1,663	37,488	2,444	3,363
11	37,79	2,896	1,547	37,459	2,25	3,367
12	37,747	2,792	1,415	37,424	2,036	3,348
13	37,692	2,637	1,241	37,384	1,722	3,319
14	37,649	2,489	1,096	37,354	1,455	3,28
15	37,602	2,304	0,937	37,329	1,128	3,239
16	37,572	2,189	0,875	37,337	0,883	3,283
17	37,553	2,1	0,85	37,349	0,714	3,327

3.2.3. Jeoit yüksekliklerinin hesabı

Test ağına ait her nokta için jeoit yükseklikleri, GPS ile elde edilen elipsoidal yükseklikler (h) ve geometrik nivelman ile elde edilen ortometrik yükseklikler (H) yardımı ile;

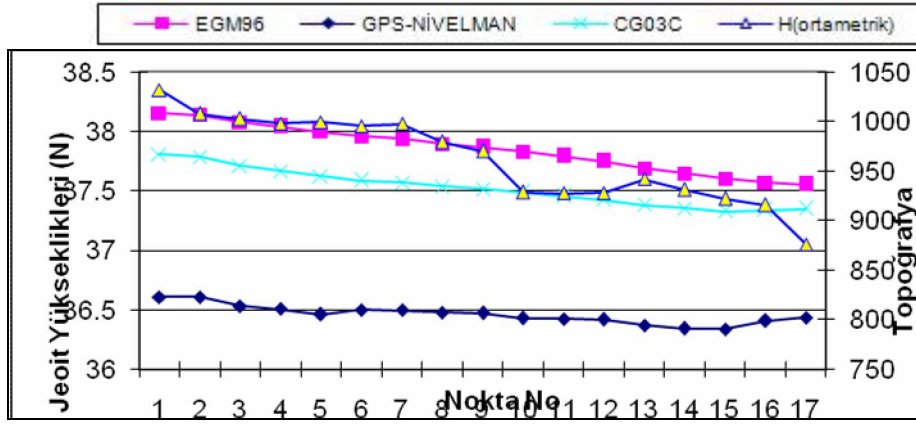
$$N=h-H \quad (31)$$

formülü ile hesaplanmış ve tablo 3'te gösterilmiştir.

Söz konusu test ağındaki noktalara ait elipsoidal koordinatlar kullanılarak EGM96 ve CG03C jeoit modellerindeki jeoit yükseklikleri (N_{EGM96} ve N_{CG03C}) hesaplanmıştır. GPS/Nivelman, EGM96 ve CG03C jeoit modelleriyle hesaplanan jeoit yükseklikleri tablo 3'de ve şekil 4'de gösterilmiştir.

3.3. Değerlendirme

Seçilen test ağındaki noktalara ait GPS/Nivelman verileri ve EGM96 ve CG03C jeoit modelleriyle verileriyle hesaplanan jeoit yüksekliklerinin gösterildiği tablo 2. tablo 3 ve şekil 4 incelendiğinde jeoit yüksekliklerindeki değişimin EGM96 ve CG03C jeoit modeliyle elde edilen değerlere paralellik gösterdiği kolaylıkla görülebilir. GPS/Nivelman verileri ($N_{GPS/Niv}$) ve noktalara ait elipsoidal koordinatlar yardımıyla hesaplanan çekül sapması bileşenlerinin hesaplanması konusunda, tablo 2'den de görülebileceği gibi, aynı noktaya ait farklı uzunluklarla hesaplanan çekül sapması bileşenleri kendi aralarında büyük farklılıkların olduğu görülmüştür. Benzer şekilde, EGM96 ve CG03C modeliyle hesaplanan değerle karşılaştırıldığında da çok büyük sapmalar ortaya çıkmıştır. Bu sapmaların sebebi olarak, GPS/nivelman verileriyle çekül sapması bileşenlerinin yeterli doğrulukta hesaplanamaması gösterilebilir.



Şekil 4: Modellere ait jeoit yüksekliklerinin değişim grafiği

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, gelişen teknolojilere paralel olarak uydu konum belirleme tekniklerinin jeodezide yaygın olarak kullanımı ile noktalara ait elipsoidal koordinatların kolay ve yüksek doğrulukta belirlenme imkânı ortaya çıkmıştır.

GPS/Nivelman verileri ile jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenlerinin çekül sapması bileşenlerinin değişiminin belirlenebilmesi amacıyla Konya-Ankara hızlı Tren projesi kapsamında oluşturulan nirengi ağına ait kuzey-güney yönünde 17 noktadan oluşan hat şeklinde bir test ağı seçilmiştir. Test ağına ait elipsoidal koordinatlar GPS ölçüleriyle elde edilmiş olup ortometrik yükseklikler geometrik nivelman ölçüleriyle elde edilmiştir.

Test ağına ait her noktada jeoit yükseklikleri ($N_{GPS/Niv}$) hesaplandığında, 36,372m ile 36,6068m arasında değiştiği görülmüştür. Aynı noktalara ait GPS ile elde edilen elipsoidal koordinatlar kullanılarak EGM96 ve CG03C jeoit modelleri kullanılarak jeoit yükseklikleri hesaplanmıştır. Jeoit yüksekliklerinin, EGM96 jeoit modelinde, 37,553m ile 38,155m arasında, CG03C jeoit modelinde ise 37,329m ile 37,807m arası değiştiği görülmüştür. Üç ayrı şekilde hesaplanan jeoit yükseklikleri arasında bir paralellik söz konusudur.

Test ağına ait her noktada, değişik uzunluklarla jeoit yükseklik farkları (ΔN), jeodezik azimut (α) ve jeodezik eğri uzunlukları kullanılarak çekül sapması bileşenleri hesaplanmıştır. Özellikle 4km'den daha kısa uzunluklarda, çekül sapması bileşenlerinin çok fazla değiştiği, 6-10 km arası uzunluklarda ise nispeten daha sistematik bir durum olduğu söylenebilir. GPS/Nivelman verileri yardımıyla Çekül sapması bileşenlerinin hesabında kullanılan elipsoidal ve ortometrik yüksekliklere ait standart sapmaların yüksek doğrulukta olması istenmektedir. Bu çalışmada kullanılan test ağına ait nivelman ölçüleri hat şeklinde yapılmış olması nedeniyle ortometrik yüksekliklere ait standart sapma konusunda yeterli bilgi edinilememiştir. Ayrıca, seçilen test ağının yaklaşık kuzey-güney doğrultusunda olması nedeniyle çekül sapmasının kuzey-güney yönündeki bileşenindeki (ξ) değişim çok fazla olduğu söylenebilir.

Uydu konum belirleme tekniklerinden GPS'in jeodezide yaygın olarak kullanımı ile klasik ölçmelerde olduğu gibi ölçülerin referans elipsoidi üzerine indirgenmesi problemi ortadan kalkmıştır. Ayrıca, jeoit modellemeleri daha kolay ve hızlı yapılabilir hale gelmiştir. Bu çalışmanın sonucu olarak,

GPS/Nivelman verileri yardımıyla jeoit yüksekliklerinin ve çekül sapması bileşenlerinin hesabında kullanılacak olan jeoit yükseklik farklarının yüksek doğrulukta belirlenmiş olması gerekmektedir. Özellikle çekül sapması bileşenlerinin hesabında kullanılan kenar uzunluklarının 4km'den daha uzun ve azimut değerlerinin farklı değerlerde olmasına dikkat edilmelidir. Diğer bir ifade ile çekül sapması bileşeni hesaplanan nokta etrafına dağılmış olmalıdır. Ayrıca, çekül sapması bileşenleri mümkün olduğu durumlarda dengelemeli olarak hesaplanmalıdır.

KAYNAKLAR

- Acar M., 1999, *Astronomik Gözlem Sonuçları ile Jeodezik Gözlem Sonuçlarının Karşılaştırılması*, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya
- Acar M., Turgut B., 2005, *Astro- Jeodezik Çekül Sapması: Selçuk Üniversitesi Gps Test Ağı Örneği*, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28.03-01.04.2005, Ankara.
- Aksoy, A., 1980, *Jeodezi II*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İTÜ İnşaat Fak. Mtb., Yayın No 5, İstanbul.
- Arslan, E. , Yılmaz M. 2005, *Geoit Belirleme Yöntemleri*, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28.03-01.04.2005, Ankara.

- Arslan, E. , Yılmaz M. 2006, *İstanbul Metropolitan Alanında Geoit Araştırması*, İTÜ Dergisi, sayı 2006-3, sayfa 107-114, İstanbul.
- Ayan, T., 1978, *Astro- Jeodezik Çekül Sapması*, İTÜ Dergisi,sayı: 6, sayfa 67, İstanbul.
- Çorumluoğlu, Ö., İnal C., Ceylan, A., Şanlıoğlu, İ., Kalaycı, İ., 2002, *Determination of Geoid Undulation in the Region of Konya*, GIS İnternational Symposium, İstanbul.
- Gürkan O. 1979, *Çekül Sapması Kavramı ve Türleri*, Harita Dergisi, sayı 86, 24-45, Ankara.
- Heiskanen W., Moritz H., 1984, *Fiziksel Jeodezi*, KTÜ Matbaası, 491 sf., Çeviri:: GÜRKAN O., Trabzon.
- İz, H. B, Tse, C.M., 2006, *Deflection of the Vertical Components from GPS and Precise Leveling Measurements in Hong Kong*, Journal of Surveying Engineering © Asce / August 2006, Vol 132, No:3, 97-100, USA
- Kartal, A., 1998, *GPS Yöntemi İle Yükseklik Belirlenirken İnterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması*, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Tur gut, B., 1989, *Çekül Sapması, Doktora Semineri (II)*, S.Ü.Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Tuşat, E., 2000, *GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması*, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Vincenty, T.,1975 *Direct and İnverse Solutions of Geodesics On The Elipsoid With Application Of Noested Equations*, Survey Review 176, 88-93.
- Yanar, R., 1999, *Yeni Teknolojiler Işığında Yükseklik Sistemleri Üzerine Bir Araştırma*, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yiğit, C. Ö, 2003, *Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması*, Yüksek Lisans Tezi, SÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- URL1 : <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>