

ÇEKÜL SAPMALARININ GÖZÖNÜNE ALINMASI DURUMUNDA TRİGONOMETRİK YÜKSEKLİK ÖLÇÜSÜ İLE GEOMETRİK NİVELMANIN KARŞILAŞTIRILMASI

Y.Doç.Dr. Burhan C. IŞIK
Yıldız Üniversitesi

1. GİRİŞ:

Son on yıl içerisinde harita mühendisliğinde kullanılan teknolojinin hızlı bir biçimde gelişmesi sonucunda elektronik uzaklık ölçerlerin, elektronik takeometrelerin ve bilgisayarlı değerlendirme ve çizim sistemlerinin kullanılması ülkemizde de gündemdedir. Bu olguya koşut olarak "üç boyutlu jeodezi" ve "bütünleşik jeodezi" (Integrated geodesy) kavramları önem kazanmıştır. Bu konularda model ağlarda uygulamalar yapılmıştır ve başarılı sonuçlar alınmıştır. Yakın yıllara kadar önde kuramsal çalışmaların kısıtlı atılmalarının gerisinde kalması gibi bir durum oluşmuştur. Sözü edilen gelişmeler trigonometrik yükseklik ölçmesini güncel duruma gelmiştir.

Trigonometrik yükseklik ölçüsü sonuçlarının hangi koşullarda geometrik nivelman yüksekliklerini vereceği bu yazının konusudur. Bilindiği gibi ağırlık ölçüleri hesaba alınmazsa geometrik nivelman sonuçları deniz yüksekliklerini vermezler. Oysa çekül saplamalarının göz önüne alınması durumunda trigonometrik yükseklik ölçüsü sonucunda elipsoid yükseklikleri elde edilir.

Bir P_1 noktasından P_k noktasına yapılan gözlemlerle elde edilen başucu açısı Z_{ik} , bu doğrultunun α_{ik} azimutundaki çekül sapması bileşeni ϵ_{ik} olmak üzere Z_{ik} elipsoidal başucu açısı

$$Z_{ik} = Z'_{ik} + \epsilon_{ik} \quad (1)$$

ile verilir. Burada ζ_i çekül sapmasının kuzey-güney bileşeni, η_i doğu-batı bileşeni olmak üzere

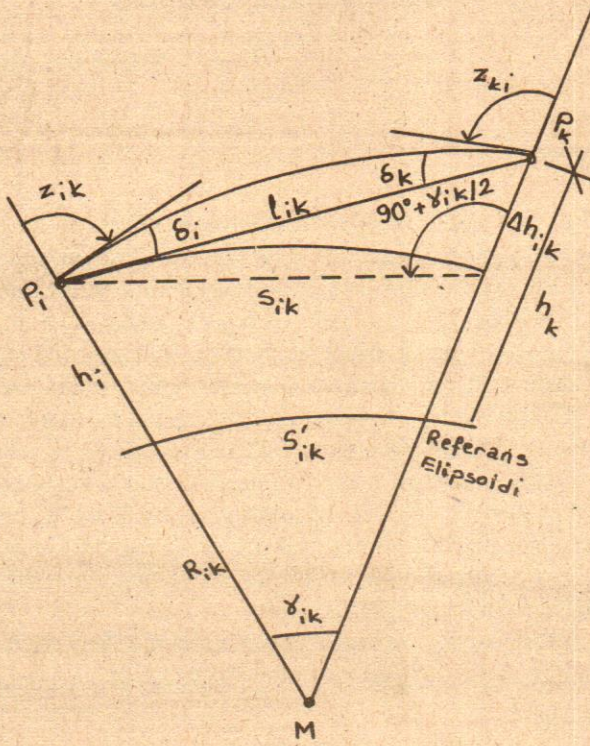
$$\epsilon_{ik} = \zeta_i \cos \alpha_{ik} + \eta_i \sin \alpha_{ik} \quad (2)$$

dır. Bu tür yükseklik hesabında belirlenmesi hala bir sorun olan atmosferik kırılmanın da dikkate alınması gerekir. P_1 noktasındaki d_1 kırılma açısı

$$(3) \quad \delta_F = \frac{1}{2} k_1 \gamma_{ik}$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada k_1 kırılma katsayısı ve γ_{ik} , P_1P_k yalın elipsoid şekil merkezinden gören elipsoidal merkez açıdır.

Aşağıda yatay ve eğik uzaklığın kullanılması durumunda geometrik nivelman sonuçları ile trigonometrik yüksekliklerin uyumluluğu ayrı ayrı verilmiştir.



Şekil: 1

2- YATAY UZAKLIĞIN VERİLMESİ DURUMUNDA TRİGONOMETRİK YÜKSEKLİK ÖLÇÜSÜ

Şekil 1'de h_i ve h_k , P_i ve P_k noktalarının elipsoidal yüksekliklerini, Δh_{ik} elipsoidal yükseklik farkını, Z_{ik} ve Z_{ki} elipsoidal başucu açılarını, δ_i ve δ_k kırılma açılarını, R_{ik} γ_{ik} azimutundaki eğrilik yarıçapını, l_{ik} P_i P_k noktalarını arasındaki eğik uzaklığı, S_{ik} elipsoidal yatay uzaklığı ve S'_{ik} de P_i noktasının yüksekliğine indirgenmiş uzaklığı göstermektedir.

Tek yanlı elipsoidal başucu gözlemlerine göre Δh_{ik} yükseklik farkı için alışılmış eşitlik

$$\Delta h_{ik} = \left(1 + \frac{h_i + h_k}{2R_{ik}} \right) S'_{ik} \cot Z_{ik} = \frac{1 - k_i}{2R_{ik}} \frac{S'_{ik}}{\sin^2 Z_{ik}} \quad (4)$$

kullanılmaktadır. Karşılıklı ölçülen başucu uzaklıkları için ise LEDERSTEGEGER

$$\Delta h_{ik} = \left(1 + \frac{h_i + h_k}{2R_{ik}} \right) S'_{ik} \tan \frac{1}{2} \left[(Z_{ki} - Z_{ik}) + (\delta_k - \delta_i) \right] \quad (5)$$

eşitliğini vermiştir.

Gözlem noktalarında genel olarak çekül sapmaları bilinmemektedir. Bu nedenle trigonometrik yükseklik hesabında çekül sapmaları nedeniyle düzeltilmemiş başucu açıları kullanılmaktadır.

Tek yanlı başucu açıları ölçülmüş ise çekül sapmalarının etkisinin belirlenmesi için (4) No'lu eşitlik kullanılmaktadır. (4)'de (1) ile verilen Z_{ik} yerine Taylor'a göre seriye açılırsa ve yüksek dereceden terimler göz önüne alınmazsa, elipsoidal yükseklik farkı için

$$\Delta h_{ik} = \Delta H'_{ik} - S'_{ik} \frac{\epsilon_{ik}}{\sin^2 Z'_{ik}} \quad (6)$$

yazılır. Yalnızca gözlenen başucu açısı, Z'_{ik} kullanılırsa (4) den elde edilen yükseklik farkı ΔH_{ik} dür.

Geometrik nivelman sonucu ile trigonometrik yükseklik farkı arasındaki ilişkiyi yazabilmek için N jeoid ondülasyonunu H ortometrik yüksekliği (deniz yüksekliği) göstermek üzere

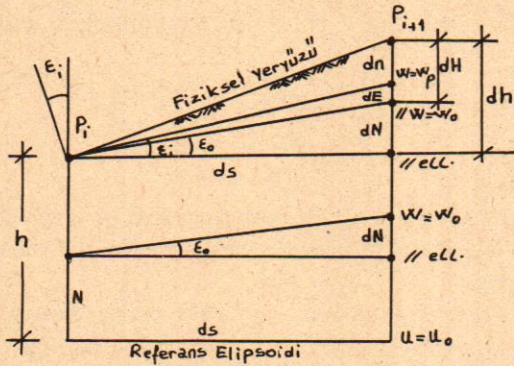
$$N = h - H \quad (7)$$

yazılır.

(7) ilişkisini P_i, P_{i+1} noktaları için diferansiyel anlamda yazarsak

$$dh = dH + dN \quad (8)$$

Şekil 2'ye göre dH , dN geometrik nivelman sonucunda ve dE ortometrik düzeltmesinden oluşur.



Şekil: 2

$$dH = dn + dE$$

(9)

Yine aynı şekilden dN için

$$dN = -\epsilon ds - dE$$

(10)

yazılabilir. Burada çekül sapmasının eksi işaretli alınmasının nedeni; W=sabit yüzeyinin u=sabit yüzeyi üzerinde olması durumunda artı işaretli bir dN elde etmek içindir. (W.TORGE, 1980). Sonuçta, (9) ve (10), (8) de yerine konursa

$$dh = dn - \epsilon ds$$

(11)

elde edilir. (11) in integrali alınır, P_i ve P_k noktaları için düzenlenirse elipsoidal yükseklik farkı için

$$\Delta h_{ik} = h_k - h_i = \sum_i^k \Delta n - \int_0^{s_{ik}} \epsilon ds$$

(12)

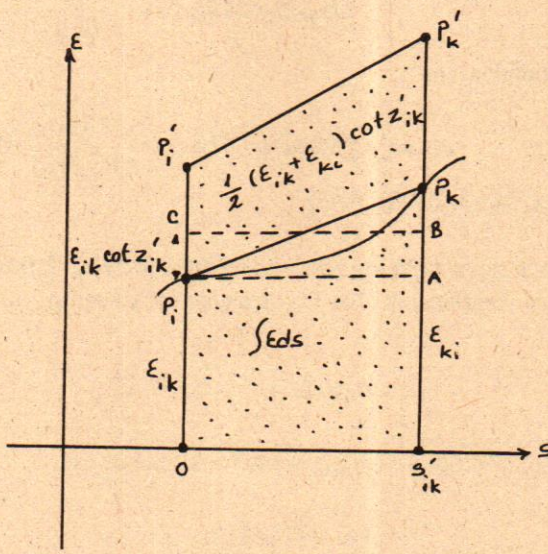
diferansiyel bağıntı elde edilir. (12) de $\sum \Delta n$, geometrik nivelman yükseklik farklarıdır. (6) ve (12) elipsoidal yükseklik farkları birbirine eşitlenirse, hangi durumlarda tek yanlı gözlenen başucu açısı ile elde edilen trigonometrik yükseklik farkının geometrik nivelman yükseklik farkını vereceği incelenebilir. Bunun için

$$\int_0^{s_{ik}} \epsilon ds = \frac{S'_{ik} \epsilon_{ik}}{\sin^2 Z'_{ik}} = S'_{ik} \epsilon_{ik} + S'_{ik} \epsilon_{ik} \cot^2 Z'_{ik}$$

(13)

koşulunun sağlanması gerekir.

Şekil 3'te çekül sapması eğrisini gösteren bir çizge (grafik) verilmiştir.



Şekil 3:

(13) koşulunun sağlanması için eğri altındaki alanın, eşitliğin sağ yanındaki terimlere karşılık olan $P_i A S'_{ik} O$ ve $P_i C B A$ dörtgenlerinin alanları toplamına eşit olması gerekir. Tek yanlı gözlemler için, ancak gözlenen başucu açısı gerekli değerle raslantusal olarak çakıştığı durumlarda geometrik nivelman sonucu ile trigonometrik belirlenmiş yükseklik uyum gösterebilir.

Karşılıklı ölçülmüş başucu açıları için benzer yoldan

$$\Delta h_{ik} = \Delta H'_{ik} - (\epsilon_{ik} + \epsilon_{ki}) \frac{S'_{ik}}{\sin^2 Z'_{ik}} \quad (14)$$

yazılır. Geometrik nivelman yükseklik farkını vermesi için de

$$\int_0^{S_{ik}} \epsilon \, ds = S'_{ik} \frac{\epsilon_{ik} + \epsilon_{ki}}{2} = (1 + \cot^2 Z'_{ik}) \quad (15)$$

koşulunun sağlanması gerekmektedir. Şekil 3. incelendiğinde bunun hedef ışınının eğimine bağlı olduğu görülebilir. Özellikle eğik gözlemlerde fark daha da belirginleşmektedir.

3- EĞİK UZAKLIKLARIN ÖLÇÜLMESİ DURUMUNDA TRİGONOMETRİK YÜKSEKLİK ÖLÇÜSÜ

Elipsoid başucu açıları gözönüne alındığında yükseklik farkı, tek yanlı gözlemler için

$$\Delta h_{ik} = l_{ik} \cos Z_{ik} + \frac{(1-k)(l_{ik} \sin Z_{ik})^2}{2(R_{ik}+h)} \quad (16)$$

ile ve karşılıklı gözlemler için

$$\Delta h_{ik} = \frac{1}{2} l_{ik} (\cos Z_{ik} - \cos Z'_{ik}) - \frac{(l_{ik} \sin Z_{ik})^2}{4(R_{ik}+h)} (k_1 - k_2) \quad (17)$$

ile verilmiştir. (F.K. BRUNNER, 1975).

Ölçülen başucu açısı kullanılarak, elipsoidal yükseklik farkının bulunması istenirse yine (1) den yararlanarak (16) Taylor'a göre seriye açılıp, yüksek dereceden terimler boşlanırsa

$$\Delta h_{ik} = \Delta H'_{ik} - \epsilon_{ik} (l_{ik} \sin Z'_{ik}) \quad (18)$$

elde edilir. $(l_{ik} \cdot \sin z_{ik})$ yerine S_{ik} yatay uzaklığı alınır

$$\Delta h_{ik} = \Delta H'_{ik} - \epsilon_{ik} S'_{ik} \quad (19)$$

olur. Geometrik nivelman için verilen (12) eşitliği (19)'a eşitlenirse

$$\int_0^{S_{ik}} \epsilon \, ds = \epsilon_{ik} S'_{ik} \quad (20)$$

trigonometrik yükseklik ölçüsü ile geometrik nivelman arasındaki (20) bağıntısı elde edilir. Bu koşulun sağlanması durumunda geometrik nivelman yükseklik farkı ile trigonometrik yükseklik farkı uyum österir. Şekil 3 incelendiğinde, çekül sapması eğrisi alundakialanın $(\epsilon_{ik} \cdot S_{ik})$ alanı ile çakışması gerektiği anlaşılır.

Karşılıklı gözlemler için benzer yolla, geometrik nivelman ve trigonometrik yükseklik ölçüsü arasındaki ilişki

$$\int_0^{S_{ik}} \epsilon \, ds = S'_{ik} \frac{(\epsilon_{ik} + \epsilon_{ki})}{2} \quad (21)$$

olarak elde edilir. Bu koşulun sağlanması Şekil 3'te çekül sapmaları eğrisinin altındaki alanın, $P_i P_k S'_{ik}$ 0 dörtgeninin alanı ile çakışması anlamındadır. Görüldüğü gibi (20) ve (21) başucu açısını içermemektedir. Yani hedef eğiminden bağımsızdır.

4- SONUÇ

Trigonometrik yükseklik ölçüsünde yatay uzaklıkların kullanılması durumunda, özellikle eğik gözlemlerde tek yanlı ve karşılıklı başucu açıları kullanıldığında ge-

ometrik nivelman sonucu ile uyum göstermezler. Ancak eğik uzaklıklar ölçülmüşse trigonometrik yükseklik ölçüsünün sınır durumunda geometrik nivelman yüksekliklerine karşılık geldiği sonucu çıkarılabilir.

KAYNAKÇA

BRUNNER, F.K. 1975 Lotabweichungseinfluss bei der Trigonometrischen Höhenmessung mit Steilen Visuren ÖzfV-Wien

IŞIK, B.C. 1985 Karşılıklı Başucu Açısı Ölçümleri ile Çekül Sapmalarının Sıklaştırılması, Doktora Tezi, İstanbul.

TORGE, W. 1980 Geodmesy. Berlin-Newyork.