# NİVELMAN AĞINDA EN KÜÇÜK TOPLAM YÖNTEMİ İLE UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ AYIKLAMA ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

H.Gn. K. - Ank.

**ÖZET**

Hataların mutlak değerleri toplamının minimum olması ilkesine bağlı en küçük toplam yöntemi son yıllarda jeodezik ağ dengeleme problemlerine uygulanmakta ve ölçülerden etkilenmeyen bir çözüm sağlamaktadır. En küçük toplam yönteminin bu özelliğinden yararlanarak, dengelemeye giren ölçülerden uyuşumsuz ölçüleri ayıklamak amacıyla basit bir test geliştirilmiştir. Bir test nivelman ağı önce en küçük karelerle dengelenip ölçüler (Baarda, 1968)'de verilen data snooping stratejisi ile test edilmiş ve daha sonra en küçük toplam yöntemi ve geliştirilen uyuşumsuz ölçü testi uygulanmıştır.

## 1- GİRİŞ

Dengeleme sonrası istatistik analiz ile uyuşumsuz ölçüleri belirlemek amacıyla değişik testler uygulanmakta olup Baarda (1968) ve Pope (1975)'de verilen yöntemler en çok bilinen ve uygulananlarıdır. Bu çalışmada Baarda (1968)'da verilen yöntem izlenmektedir; ancak sözü edilen her iki yöntemde de en küçük kareler dengelemesi sonrasında oluşturulan istatistikler kullanılmaktadır.

Son yıllarda jeodezik problemlerin çözümünde uygulanmaya başlayan en küçük toplam yönteminin daha çok jeodezik ağ dengelemesinde kullanımı göze çarpmakta ise de, kaba ölçü ayıklamak amacıyla da kullanılmakta, ancak hesaplanan parametrelerin istatistik özellikleri konusu genellikle ele alınmamaktadır (Fuchs, 1981; Fuchs, v.d., 1983; Ebong, 1985). En küçük toplam yönteminin kaba hatalardan etkilenmediği ve kaba hatalı ölçülere büyük düzeltme getiren çözüm sağladığı bilinmekte, ancak uyuşumsuz ölçü testi amacıyla bir ölçüte rastlanmamaktadır. Bu çalışmada, en küçük toplam ile hesaplanan düzeltmelerden yararlanarak, birden fazla uyuşumsuz ölçüyü aynı anda belirlemeye yarayan bir test geliştirilmekte ve data snoopingin yinelemeli çözüm gerektirmesinden kaynaklanan kaybın önlenmesi amaçlanmaktadır.

Baarda (1968)'da verilen yöntem ile nivelman ağının en küçük karelerle serbest dengelemesinde kullanılan formüller ikinci bölümde kısaca açıklanmakta ve en küçük toplam yönteminin incelendiği üçüncü bölümde ayrıca uyuşumsuz ölçüleri ayıklamak amacıyla bir test geliştirilmektedir. Dördüncü bölümde ise 13 nokta ve 28 ölçüden oluşan test nivelman ağı en küçük kareler ve en küçük toplamlar yöntemlerine göre ayrı ayrı dengelenmekte, ilgili uyuşumsuz ölçü testleri uygulanarak Bölüm 3'te geliştirilen testin anlamlılığı sayısal olarak incelenmektedir.

## 2- EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ VE UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTİ

Nivelman ağının dolaylı ölçülerle en küçük kareler dengelemesinde noktaların bilinmeyen jeopotansiyel sayılarından oluşan x bilinmeyen vektörü ve jeopotansiyel sayı farklarından oluşturulan 1 ölçü vektörü arasında fonksiyonel model,

$$Ax = 1 + v \tag{2.1}$$

ve dengelemenin stokastik modeli,

$$P_1 = \text{diag}\,(p_{11}, p_{22}, \ldots, p_{nn}) \tag{2.2}$$

$$p_{ii} = \frac{200}{t^2 \,.\, S} \tag{2.2a}$$

ile oluşturulur (Kok, v.d., 1980). (2.1) eşitliğinde, A katsayılar matrisi, v düzeltme vektörü ve $p_{ii}$ ağırlık tanımında t km. de gidiş dönüş kapanması ve S km. cinsinden geçki uzunluğudur.

Yukarıda verilen matematik modelin

$$\| v \|_2 = v^T P_1 \, v \Rightarrow \min. \tag{2.3}$$

koşulunu sağlayan çözümü ilgili yayınlarda ayrıntılı incelendiğinden burada serbest ağ dengelemesine uygun sonuç formüller verilmektedir (Mikhail, 1976; Mierlo, 1979).

$$x = (A^T P_1 A)^+ A^T P_1 l \tag{2.4}$$

$$v = (A(A^T P_1 A)^+ A^T P_1 - I)\, l \tag{2.5}$$

$$l = A(A^T P_1 A)^+ A^T P_1 l \tag{2.6}$$

$$Q_{xx} = (A^T P_1 A)^+ \tag{2.7}$$

$$Q_{vv} = Q_{ll} - A(A^T P_1 A)^+ A^T \tag{2.8}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{v^T P_1 v}{f} \tag{2.9}$$

Yukarıdaki eşitliklerde $(.)^+$ pseudoinvers, $Q_{xx}$ bilinmeyenlerin ağırlık tersi matrisi, $Q_{vv}$ düzeltmelerin ağırlık tersi matrisi, f serbestlik derecesi ve $\sigma_0^2$ birim ağırlıklı ölçünün aposteriori varyansıdır.

Dengeleme sonrasında dengelemenin matematik modeli, birbiri ile bağıntılı biri çok boyutlu F-dağılım testi ($\sigma^2$ - testi) ve diğeri uyuşumsuz ölçü testi (w-testi) olmak üzere iki ayrı testten oluşan B-yöntemi ile test edilir (LGR, 1982). $\sigma^2$ - testinde,

$$\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2} \leqslant F_{1-\alpha\, :\, f,\, \infty} \tag{2.10}$$

eşitsizliğinin gerçeklenip gerçeklenmediği aranır. (2.10) eşitliğinde $\sigma_0^2$ birim ağırlıklı ölçünün apriori varyansı, $(1-\alpha)$ istatistik güven ve $F_{1-\alpha\, :\, f,\, \infty}$ F-dağılımının kritik değeridir.

Korelasyonsuz ölçüler için uyuşumsuz ölçü testinde,

$$w_i = \frac{-v_i}{\sigma_{v_i}} \tag{2.11}$$

istatistiği ve

$$|w_i|_{max} < \sqrt{F_{1-\alpha_0 : 1, \infty}} \tag{2.12}$$

eşitsizliği ile $H_{oi}$ ($l_i$ ölçüsü uyuşumsuz ölçü değildir) tek boyutlu sıfır hipotezi test edilir (Baarda, 1968). (2.11) eşitliğinde $\sigma_{v_i}$;

$$\sigma^2_{v_i} = \sigma^2_0 \, Q_{v_i v_i} \tag{2.13}$$

B-yöntemi testte genellikle $\alpha_0 = 0{,}001$ ve $\beta = \beta_0 = 0{,}80$ (testin gücü), sayısal değerleri kullanıldığından bu çalışmada da aynı değerler benimsenmekte $\alpha_0$ $\beta_0$ ve f'ye bağlı olarak $\alpha$, $F_{1-\alpha : f, \infty}$ ve $\sqrt{F_{1-\gamma_0 : 1, \infty}}$ değerleri Baarda (1968)'da verilen nomogramdan alınmaktadır.

Yukarıda kuramsal ilkeleri ile öz olarak açıklanan yöntem Bölüm 4'te test nivelman ağında sayısal olarak uygulanmaktadır.

## 3- EN KÜÇÜK TOPLAM YÖNTEMİ VE UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTİ

(2.1) eşitliği ile verilen fonksiyonel modeldeki bilinmeyenler (x, v) (2.3) koşulu yerine Laplace'nin 1799 yılında tanımladığı,

$$\|v\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |v_i| \Rightarrow \text{min.} \tag{3.1}$$

hataların mutlak değerleri toplamını minimum yapma koşulundan yararlanarak da belirlenir. Bugüne kadar uygulamalı bilimlerde bu yöntemin kullanılmamış olması etkin bir algoritmanın ve ilgili istatistik kuramların geliştirilmemiş olması ile açıklanabilir. 1950'li yıllarda simplex yöntemin ve daha sonra Barrodale-Roberts (1973)'de verilen düzenlenmiş simplex yöntemin geliştirilmesi ile bilgisayar çalışmasına uygun bir algoritma bulunmuş, ancak ilgili istatistik incelemeler henüz sonuçlandırılmamıştır. Son on yıldır jeodezide uygulanan en küçük toplam yöntemi genellikle iki ayrı amaçla kullanılmaktadır; dengeleme ve uyuşumsuz ölçü ayıklama. Bu çalışmada daha çok uyuşumsuz ölçü testi amacıyla kullanılabilirliği ele alınmakta ve basit bir test geliştirilmektedir.

(3.1) eşitliği ile verilen minimum koşulu amaç fonksiyonu ve fonksiyonel model kısıtlayıcılar diye yorumlanarak problem doğrusal programlama olarak ele alınabilir. Ancak fonksiyonel modelde bilinmeyenler pozitif ve negatif değerler alabildiğinden x ve v yerine,

$$x^+, x^-, v^+, v^- \geqslant 0$$

olmak üzere

$$x = x^+ - x^- \qquad (3.2)$$

$$v = v^+ - v^- \qquad (3.3)$$

değişkenleri tanımlanarak en küçük toplam yöntemi,

$$\sum_{i=1}^{n} (v_i^+ + v_i^-) \Rightarrow \text{minimum} \qquad (3.4)$$

$$v^+ - v^- + A(x^+ - x^-) = 1 \qquad (3.5)$$

$$x^+, x^-, v^+, v^- \geqslant 0 \qquad (3.6)$$

veya

$$[e^T \; e^T \; O^T \; O^T] \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \\ x^+ \\ x^- \end{bmatrix} \quad \text{minimum} \quad \text{Amaç fonksiyonu} \qquad (3.7)$$

$$[I \; -I \; A \; -A] \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \\ x^+ \\ x^- \end{bmatrix} = 1 \quad \text{Kısıtlayıcılar} \qquad (3.8)$$

$$x^+, x^-, v^+, v^- \geqslant 0 \qquad (3.6)$$

**ile doğrusal programlamaya dönüştürülebilir (Barrodale-Roberts, 1973; Watson, 1980). (3.6) ve (3.7) eşitliklerinde $e^T = [1 \; 1 \ldots 1]$, $O^T = [0 \; 0 \ldots 0]$ ve I birim matristir.**

**(2.2) eşitliği ile tanımlanan ölçülerin ağırlık matrisi $P_1$ dikkate alındığında (3.6) ve (3.7) eşitlikleri**

$$[e^T \; e^T \; O^T \; O^T] \begin{bmatrix} \bar{v}^+ \\ \bar{v}^- \\ x^+ \\ x^- \end{bmatrix} \quad \text{minimum} \qquad (3.7a)$$

$$[I \; -I \; P_1 A \; -P_1 A] \begin{bmatrix} \bar{v}^+ \\ \bar{v}^- \\ x^+ \\ x^- \end{bmatrix} = P_1 \, l \qquad (3.8a)$$

Burada,

$$\bar{v}^{+} = P_1 v^{+} \quad , \quad \bar{v}^{+} \geqslant 0 \qquad (3.9)$$

$$\bar{v}^{-} = P_1 v^{-} \quad , \quad \bar{v}^{-} \geqslant 0 \qquad (3.1)$$

(3.6a), (3.7a) ve (3.8) eşitlikleri ile verilen doğrusal programlama problemi Barrodale-Roberts (1973)'te verilen algoritma ile çözülerek,

$$v^{+} = P_1^{-1}\, \bar{v}^{+} \qquad (3.10)$$

$$v^{-} = P_1^{-1} \bar{v}^{-} \qquad (3.11)$$

ile bulunan $v^{+}$ , $v^{-}$ (3.3) eşitliğinde ve $x^{+}$ , $x^{-}$ (3.2) eşitliğinde konularak v ve x hesaplanır.

En küçük toplam yönteminde hatalı ölçülere getirilen düzeltmelerin mutlak değer olarak büyük olduğu bilinmektedir (Fuchs, 1981; Fuchs, v.d., 1983; Ebong, 1985). Bu özellik ve hataların genel karakterleri gözönünde tutularak hesaplanan düzeltmelerin mutlak değerleri ile oluşturulan kümenin genelde asimetrik (sola çarpık) dağılımında olması ve eğer varsa uyuşumsuz ölçülerin dağılımın en sağında yığılım göstermesi beklenmelidir. Mutlak değerlerle oluşturulan kümenin V' bu iki önemli özelliğinden yararlanarak uyuşumsuz ölçüleri ayıklamak amacıyla basit bir test geliştirilebilir.

Bu amaçla öncelikle V' kümesinin hangi dağılımda olduğu belirlenmelidir. Bir önceki paragrafta V kümesinin dağılımı için ileri sürülen genel düşünceler göz önünde tutularak, V' kümesinin geldiği popülasyonun asimetrik tek parametreli (tam olmayan) gama dağılımında olduğu varsayılır ve bu varsayım non-parametrik $\chi^2$ uyum testi ile test edilir (Gibbons, 1971; Daniel, 1978). Ancak daha önce V' kümesi

$$\frac{\bar{\bar{v}}'}{s^2_{v'}} \qquad (3.12)$$

dönüşümü ile ortalama ve varyansı birbirine eşit Y kümesine dönüştürülür ($\bar{\bar{y}} = s^2_y$) (Velikanov, 1965). $\bar{v}'$ ve $s^2_{v'}$ sırasıyla V' kümesinin ortalaması ve varyansıdır.

Ortalamanın varyansa eşit olma özelliği

$$F\,(Y{:}\,a, l) = \int_{o}^{Y} \frac{x^{a}\, e^{-x}}{\Gamma\,(a+1)}\, dx \,, \; y \geqslant 0 \qquad (3.13)$$

eşitliği ile verilen tam olmayan gama dağılımının temel karakteridir ve özel olarak

$$\mu = \sigma^2 = a + 1 \qquad (3.14)$$

ilişkisi geçerlidir. (3.13) eşitliğindeki $\Gamma\,(.)$ gösterimi gama fonksiyonudur ve

$$\Gamma(b) = \int_0^b t^{b-1}\, e^{-t}\, dt \tag{3.15}$$

ile tanımlanır (Abramowitz-Stegun, 1972; Velikanov, 1965).

Y kümesinin ait olduğu populasyonun dağılımını belirlemek amacıyla $\chi^2$ uyum testinde,

$$H_0 : F_Y(y) = F(y : a, 1)$$

$$H_a : F_Y(y) \neq F(y : a, 1)$$

sıfır ve alternatif hipotezleri test edilir. Test sonucunda

$$\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha\,;\,f} \tag{3.16}$$

eşitsizliğinin gerçeklenmesi sıfır hipotezinin doğruluğunu diğer bir deyişle populasyonun varsayılan dağılımda olduğunu gösterir (Gibbons, 1971; Daniel, 1978). (3.16) eşitliğinde f serbestlik derecesidir ve m $\chi^2$ uyum testinde grup sayısını göstermek üzere $f = m - 2$'dir. $\alpha$ ise birinci tür hata olasılığını gösterir ve genellikle 0,05 seçilir. Testin yapılabilmesi için gerekli a bilinmeyen parametre,

$$a + 1 = \bar{\bar{y}} = s_y^2 \tag{3.17}$$

ile bulunur. Test sonunda Y kümesi tam olmayan gama dağılımında ise $y_i \in Y$ elemanlarının,

$$P\left(y_i \leqslant a + 1 = C = \frac{(n-u)\,.\,s_y^2}{\chi^2_{\alpha\,;\,n-u}}\right) = 1-\alpha \tag{3.18}$$

olasılığını diğer bir gösterimle

$$y_i \leqslant C \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{3.19}$$

eşitsizliğini sağlaması beklenir (Velikanov, 1965). (3.19) eşitsizliğini sağlamayan $y_i$ elemanları uyuşumsuz ölçü olarak nitelenir.

Bu bölümde kuramsal olarak ele alınan en küçük toplam yöntemi ve geliştirilen basit uyuşumsuz ölçü testi Bölüm 4'te test nivelman ağında sayısal olarak uygulanmaktadır.

## 4- SAYISAL UYGULAMA

Özellikle Bölüm 3'te verilen uyuşumsuz ölçü testini sayısal incelemek amacıyla Şekil 1'de ölçü planı ve tablo 1'de ölçüleri verilen test nivelman ağı bölüm 2 ve 3'te incelenen sırasıyla en küçük kareler yöntemi ve en küçük toplam yöntemi ile ayrı ayrı dengelenmekte ve ilgili testler uygulanmaktadır.

En küçük kareler yöntemiyle dengeleme sonuçlarına uygulanan B-test yöntemi parametreleri,

$$\alpha_0 = 0{,}001, \quad \beta = \beta_0 = 0{,}80, \quad f = 15$$

$$\alpha = 0{,}08, \quad \sqrt{F_{1-\alpha_0} : 1, \infty} = 3{,}29, \quad F_{1-\alpha : f, \infty} = 1{,}53$$

$$\sigma_0^2 = 2{,}10^{-4}, \quad \hat{\sigma}_0^2 = 5.336{,}10^{-4}$$

$$F = \frac{5.336 \, . \, 10^{-4}}{2. \, 10^{-4}} = 2.67 \text{ ve } 2.67 > 1.53$$

olduğundan sıfır hipotezi geçersizdir. (2.10), (2.11) ve (2.12) eşitlikleri ile yürütülen uyuşumsuz ölçü testinde (data snooping);

$$| w_i |_{max} = | w_{23} | = 4.528 \text{ ve } 4.528 > 3.29$$

bulunduğundan $l_{23}$ ölçüsü uyuşumsuz ölçü olarak belirlenmektedir. $l_{23}$ ölçüsü çıkarılarak yenilenen hesaplamada B-yöntemi testin yeni parametreleri,

$$\alpha_0 = 0.001, \quad \beta = \beta_0 = 0.80, \quad f = 14$$

$$\alpha = 0.07, \quad \sqrt{F_{1-\alpha_0} : 1, \infty} = 3.29, \quad F_{1-\alpha : 1, \infty} = 1.58$$

$$F = 1.48 \text{ ve } 1.48 < 1.58$$

olduğundan sıfır hipotezi geçerlidir. Her iki hesaplamada bulunan bilinmeyenler ile düzeltmeler sırasıyla Tablo 2 ve 3'te sergilenmektedir.

n = 28 ölçü ve u = 13 noktadan oluşan test nivelman ağının rank bozukluğu 1'dir. En küçük toplam yönteminde uygulanan Barrodale-Roberts (1973)'te verilen algoritma aslında serbest dengelemeye uygun olmasına karşılık A matrisinin rank bozukluğunu gidermek için bir noktanın yüksekliği bilinen alınmaktadır. Ancak çözüm bilinen nokta konumuna bağlı olduğundan (3.6a) eşitliğinin hangi noktada minimum değeri aldığını hemen bulmak olanaklı değildir. Bu nedenle ağdaki noktaların herbiri sıra ile bilinen alınarak ağdaki nokta sayısı kadar dengeleme yinelenmekte ve (3.6a) eşitliğinin minimum olduğu çözümün hangi noktada elde edildiği belirlenmektedir. Hesaplanan bilinmeyenler ve düzeltmeler çözüm olarak kabul edilmekte ve ilgili testler uygulanmaktadır.

Test nivelman ağında yapılan hesaplamada 5 No'lu noktanın bilinen alındığı çözüm en uygun çözüm olarak elde edilmektedir. Hesaplanan düzeltmelere ilişkin Y kümesi

$$Y = \{0.00, 0.063, 0.220, 0.566, 0.691, 0.880, 1.037, 1.037, 1.194, \\ 1.351, 1.572, 1.603, 1.823, 1.980, 2.200, 2.232, 5.186\}$$

$$a + 1 = \bar{y} = s_y^2 = 1.390$$

$$\chi^2 = 2.223, \quad \chi^2_{0.95:3} = 7.81 \quad \text{ve} \quad 2.223 < 7.81$$

bulunduğundan Y kümesinin geldiği populasyonun tam olmayan gama dağılımında olduğu sonucuna varılmaktadır. (3.18) eşitliğinden uyuşumsuz ölçü kritik değeri, C = 2.795 ve (3.19) eşitliği ile test sonucu, $y_{17} = 5.186 > 2.795$ olduğundan $y_{17}$'ye karşılık gelen $l_{23}$ ölçüsü uyuşumsuz ölçü olarak belirlenmektedir.

$l_{23}$ ölçüsü atılarak 27 ölçü ile tekrarlanan hesaplama sonuçlarına aynı test bir kez daha uygulandığında;

$$Y = \{0.000, 0.162, 1.459, 1.540, 1.865, 2.270, 2.675, 2.675, 3.080, 3.486, 4.053, 4.134, 4.702, 5.107, 5.756, 5.756\}$$

$$a + 1 = \bar{\bar{y}} = s_y^2 = 3.045$$

$$\chi^2 = 0.8176 \ , \ \chi^2_{0.95:2} = 5.99 \quad \text{ve} \quad 0.8176 < 5.99$$

olduğundan populasyon F (y : a, l) dağılımındadır. (3.18) ve (3.19) ile C = 6.29 ve $y_i < 6.29, i = 1, 2, \ldots, n$ bulunduğundan uyuşumsuz ölçü belirlenmemektedir.

En küçük toplam yöntemi ile yukarıda yürütülen hesaplamada belirlenen bilinmeyenler Tablo 2'de ve düzeltmeler Tablo 3'te topluca verilmektedir. Ölçüler arasında birden fazla sayıda uyuşumsuz ölçüyü aynı anda ortaya çıkarabilmek amacıyla iki ayrı deneme yapılmış ve sonuçları aşağıda verilmektedir.

Denemelerin ilkinde $l_{15}$ ölçüsü keyfi olarak değiştirilerek 50.543 gpu alınmakta

$$Y = \{0.000, 0.055, 0.193, 0.276, 0.552, 0.911, 0.911, 1.381, 1.409, 1.409, 1.519, 1.740, 1.933, 1.961, 1.961, 3.839, 4.557\}$$

$$a + 1 = \bar{\bar{y}} = s^2_y = 1.447$$

$$\chi^2 = 1.97 \ , \ \chi^2_{0.95:1} = 3.84 \quad \text{ve} \quad 1.97 < 3.84$$

olduğundan Y kümesinin geldiği populasyon F (y : a, l) dağılımındadır. Hesaplanan test kriteri C = 2.895 ile yürütülen test sonunda $y_{16}$ ($l_{15}$), $y_{17}$ ($l_{23}$) > C, olduğundan $l_{15}$ ve $l_{23}$ ölçüleri uyuşumsuz ölçü olarak belirlenmektedir.

İkinci denemede ise $l_{15}$'e ek olarak $l_5$ ölçüsü değiştirilerek 399.301 gpu alınmakta,

$$Y = \{0.000, 0.041, 0.142, 0.203, 0.264, 0.671, 0.671, 1.017, 1.037, 1.261, 1.261, 1.423, 1.444, 1.586, 2.826, 3.213, 3.904\}$$

$$a + 1 = \bar{\bar{y}} = s_y^2 = 1.233$$

$$\chi^2 = 2.15 \ , \ \chi^2_{0.95:2} = 5.99 \quad \text{ve} \quad 2.15 < 5.99$$

bulunduğundan populasyon F (y : a, l) dağılımındadır. Test ölçütü C = 2.47 ile uyuşumsuz ölçü testi sonunda, $y_{15}$ ($l_5$), $y_{16}$ ($l_{15}$), $y_{17}$ ($l_{23}$) > C olduğundan $l_5$, $l_{15}$, $l_{23}$ ölçüleri uyuşumsuz ölçüdür.

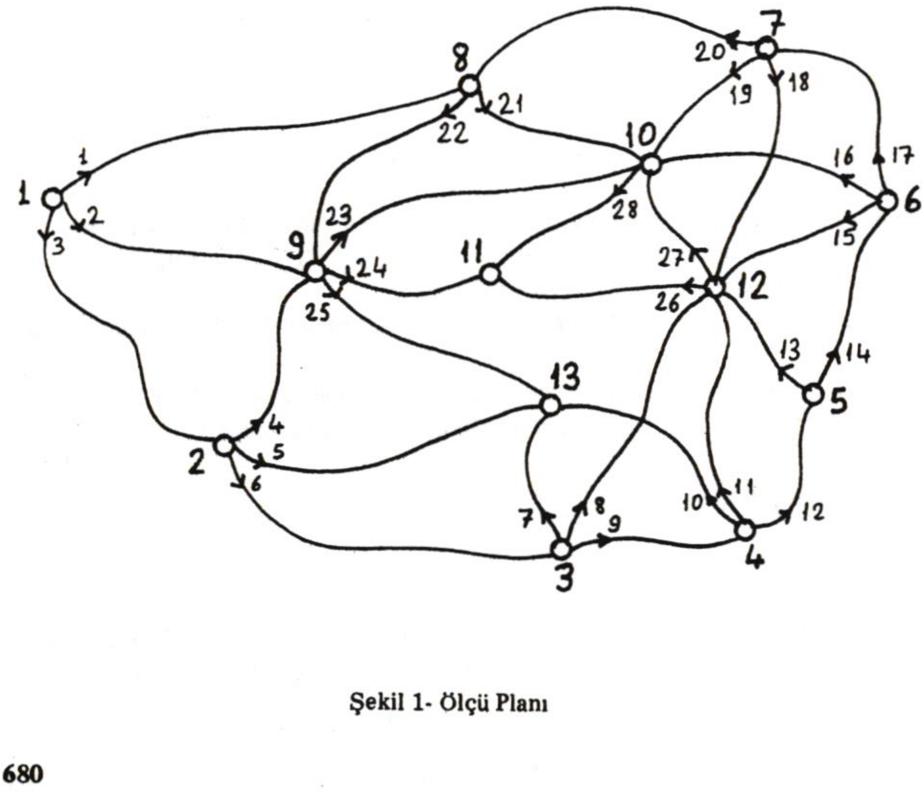
## 5- SONUÇLAR

En küçük toplam yöntemi ile hesaplama sonuçlarına uygulanan ve temelde düzeltmelerin mutlak değerlerinden oluşan V' kümesinin tam olmayan gama dağılımında olmasına dayanan uyuşumsuz ölçü testi, Baarda (1968)'de önerilen data snooping stratejisi ile aynı sayısal sonuçları verdiğinden geliştirilen testin anlamlı olduğu açıktır. Ayrıca birden fazla (maksimum değeri araştırılmadı) uyuşumsuz ölçünün aynı alda belirlenebilmesi anılan yöntemin olumlu bir özelliğidir. Bu özellik bilinen uyuşumsuz ölçü test yöntemlerinin her uyuşumsuz ölçü için yeni bir hesaplama gerektirmesinden kaynaklanan kaybı önleyecek niteliktedir.

En küçük toplam ve en küçük karelerle dengelemede aynı stokastik model ($P_1$) kullanılmaktadır. Yapılan inceleme sonunda en küçük toplam yöntemi ile hesaplama sonrasında, uyuşumsuz ölçü testinin başarısının uygun ağırlık matrisi seçimi ile doğrudan bağıntılı olduğu belirlenmiştir.

En küçük toplam yöntemi sonrasında uygulanan uyuşumsuz ölçü testinin en olumsuz tarafı (3.6a) minimum koşulunun hangi nokta bilinen alındığında gerçekleştiğini belirlemek için nokta sayısı kadar çözüm yapılmasıdır. Sorunun çözümü için uygun bir algoritma gerçekleştirildiğinde anılan yöntemin etkin biçimde kullanılabileceği umulmaktadır.

Ayrıca V kümesinin tam olmayan gama dağılımında olup olmadığını belirlemek için nonparametrik $\chi^2$ uyum testi yerine kuramsal olarak kanıtlanması yöntemin başarısı için gereklidir.




Şekil 1- Ölçü Planı

Tablo 1 - Ölçüler

| Öl. No. | Nok. dan | Nok. ya | $\Delta C_{gpu}$ | $S_{km}$ | Öl. No. | Nok. dan | Nok. ya | $\Delta C_{gpu}$ | $S_{km}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 8 | 141.750 | 100 | 15 | 6 | 12 | 50.343 | 61 |
| 2 | 1 | 9 | 498.745 | 55 | 16 | 6 | 10 | − 186.394 | 83 |
| 3 | 1 | 2 | 50.500 | 80 | 17 | 6 | 7 | − 331.740 | 47 |
| 4 | 2 | 9 | 448.175 | 60 | 18 | 7 | 12 | 382.144 | 70 |
| 5 | 2 | 13 | 399.601 | 58 | 19 | 7 | 10 | 145.427 | 40 |
| 6 | 2 | 3 | 261.230 | 100 | 20 | 7 | 8 | − 231.640 | 68 |
| 7 | 3 | 13 | 138.313 | 40 | 21 | 8 | 10 | 377.006 | 50 |
| 8 | 3 | 12 | 443.672 | 63 | 22 | 8 | 9 | 357.070 | 55 |
| 9 | 3 | 4 | 198.950 | 55 | 23 | 9 | 10 | 19.842 | 65 |
| 10 | 4 | 13 | − 60.668 | 65 | 24 | 9 | 11 | 500.040 | 50 |
| 11 | 4 | 12 | 244.787 | 43 | 25 | 9 | 13 | − 48.554 | 80 |
| 12 | 4 | 5 | 124.891 | 35 | 26 | 12 | 11 | 243.306 | 60 |
| 13 | 5 | 12 | 119.833 | 50 | 27 | 12 | 10 | − 236.677 | 63 |
| 14 | 5 | 6 | 69.462 | 48 | 28 | 10 | 11 | 480.033 | 55 |

Tablo 2- Bilinmeyenler (gpu biriminde)

| Nok. No. | EKK | | EKT | |
|---|---|---|---|---|
| | n = 28 | n = 27 | n = 28 | n = 27 |
| 1 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | 50.536 | 50.537 | 50.570 | 50.500 |
| 3 | 311.784 | 311.799 | 311.807 | 311.788 |
| 4 | 510.722 | 510.743 | 510.755 | 510.736 |
| 5 | 635.618 | 635.644 | 635.646 | 635.627 |
| 6 | 705.084 | 705.116 | 705.108 | 705.089 |
| 7 | 373.317 | 373.450 | 373.368 | 373.349 |
| 8 | 141.698 | 141.717 | 141.728 | 141.727 |
| 9 | 498.749 | 498.738 | 498.745 | 498.726 |
| 10 | 518.711 | 518.757 | 518.752 | 518.733 |
| 11 | 998.765 | 998.784 | 998.785 | 998.766 |
| 12 | 755.454 | 755.480 | 755.479 | 755.460 |
| 13 | 450.115 | 450.123 | 450.120 | 450.101 |

EKK : En Küçük Kareler

EKT : En küçük toplam

n : Ölçü sayısı

Tablo 3- Düzeltmeler (gpu biriminde)

| Düz. No. | EKK n = 28 | EKK n = 27 | EKT n = 28 | EKT n = 27 | Düz. No. | EKK n = 28 | EKK n = 27 | EKT n = 28 | EKT n = 27 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | – 0.052 | – 0.033 | – 0.022 | – 0.023 | 15 | 0.026 | 0.021 | + 0.028 | + 0.028 |
| 2 | 0.004 | – 0.008 | 0.000 | – 0.019 | 16 | 0.021 | 0.035 | + 0.038 | + 0.038 |
| 3 | 0.036 | 0.037 | + 0.070 | 0.000 | 17 | – 0.028 | – 0.026 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | 0.038 | 0.025 | 0.000 | + 0.051 | 18 | – 0.007 | – 0.013 | – 0.033 | – 0.033 |
| 5 | – 0.022 | – 0.015 | – 0.051 | 0.000 | 19 | – 0.032 | – 0.019 | – 0.043 | – 0.043 |
| 6 | 0.018 | 0.031 | + 0.007 | + 0.058 | 20 | 0.022 | 0.008 | 0.000 | + 0.018 |
| 7 | 0.018 | 0.011 | 0.000 | 0.000 | 21 | 0.007 | 0.034 | + 0.018 | 0.000 |
| 8 | – 0.003 | 0.009 | 0.000 | 0.000 | 22 | – 0.019 | – 0.050 | – 0.053 | – 0.071 |
| 9 | – 0.012 | – 0.006 | – 0.002 | – 0.002 | 23 | 0.120 | – – – | + 0.165 | – – – |
| 10 | 0.061 | 0.048 | + 0.033 | + 0.033 | 24 | – 0.024 | 0.007 | 0.000 | 0.000 |
| 11 | – 0.056 | – 0.049 | – 0.063 | – 0.063 | 25 | – 0.080 | – 0.061 | – 0.071 | – 0.071 |
| 12 | 0.005 | 0.010 | 0.000 | 0.000 | 26 | 0.006 | – 0.002 | 0.000 | 0.000 |
| 13 | 0.003 | 0.003 | 0.000 | 0.000 | 27 | – 0.066 | – 0.046 | – 0.050 | – 0.050 |
| 14 | 0.004 | 0.010 | 0.000 | 0.000 | 28 | 0.021 | – 0.006 | 0.000 | 0.000 |

## KAYNAKLAR


Abramowitz, M., Stegun, I.A. (1972), Handbook of Mathamatical Functions. Dover, New York.

Baarda, W. (1968), A testing Procedure for use in Geodetic Networks. Netherland Geodetic Comm. Vol. 2, No. 5

Barrodale, I., Roberts, F.D.K. (1973), An Improved Algorithm for Discrete $l_1$ Linear Approximation. SIAM J. Numer. Anal., Vol. 10, No. 5.

Daniel, W.W. (1978), Applied Nonparametric Statistics. Houghton Miffin Comp., Boston.

Ebong, M.B. (1985), The Least Sum Adjustment of a Geodetic Levelling Network. Manuscripta Geodaetica. Vol. 10, No. 1.

Fuchs, H. (1981), Adjustment by Minimizing the Sum of Absolute Residuals. DGK. Vo. V.B 258/ V. München

Fuchs, H., Homann-Wellenhof, B., Schulz, W.D. (1983), Adjustment and Gross Error Detection of Levelling Networks. (In: Precise Levelling, Eds: H. Pelzer, W. Niemeier. Dummlers Verlag, Bonn)

Gibbons, J.D. (1971), Nonparametric Statistical Inference. McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo.

Hogg, R.V., Cragg, A.T. (1978), Introduction to Mathematical Statistics. Collier Macmillan, New York.

Jorgensen, P.C., Fredericsen, P., Kubik, K., Weng, W. (1984), Oh, Robust Estimation. XV. Congress of the Int. Soc. for Photogrammetric and Remote Sensing. Rio de Janeriro.

Kok, J.J., Ehrnsperger, W., Rietveld, H. (1980), The 1979 Adjustment of the UELN and its Analysis of Precision and Reliability. 2nd. Int. Sym. on Problems Releted to the Redefinition of North American Vertical Geodetic Networks. Ottowa.

Kok, J.J. (1983), On Internal and External Probability in Levelling Networks. (In: Precise Levelling Eds: H.Pelzer, W. Niemeier. Dummlers, Bonn)

Kok, J.J. (1984), On Data Snooping and Multiple Outlier Testing. NOAA Tech. Rept. NOS NGS 30. Rockvill

Kubik, K., Weng, W., Frederiksen, P. (1984), Oh, Grossererars. XV. Congress of the Int. Society for Photogrammetric and Remote Sensing. Rio de Janeiro.

Mierlo, J. van (1979), Free Network Adjustment and S-Transformation. DGK. Reihe B 252.

Mikhail, E.M. (1976), Observations and Least Squares. IEP. New York.

Pope, A.J. (1975), The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers. IUGG. IAG. XVI. General Assembly. Grenoble.

Spiegel, M.R. (1975), Probability and Statistics. McGraw Hill, New York.

Stefanovic, P. (1981), Pitfalls in Blunder Detection Techniques. ITC Journal, 1981-1

The Staff of the Geodetic Computing Center (LGR) (1982): The Delft Approach for the Design and Computation of Geodetic Networks. Forty Years of Thought. Vol. 1.

Velikanov, M.A. (1965), Measurement Errors and Empirical Relations. The Israel Program for Scientific Translations. Jerusalem.

Watson, G.A. (1980), Approximation Theory and Numerical Methods. John Wiley, New York.