

PARSELİN BİR NOKTASINDAN GEÇEN DOĞRU İLE BÖLÜNMESİNDE YENİ BİR BAĞINTI

Mehmet ERTAŞ*

1. ÖZET

Parsellerin bölünmesinde genellikle Gauss Alan Bağıntıları kullanılmaktadır. Bu bağıntılarının kullanılması sırasında, ayırma doğrusunun parselin hangi kenarı ile kesiştiği araştırılıp iki bilinmeyenli iki denklem kurulmaktadır. Sonuca ulaşmak için büyük değerli sayılarla uğraşıp zaman kaybedilmektedir. Bu, bildiride bize daha güvenli sonucu daha az zamanda verebilecek bir bağıntının bulunması araştırılmıştır.

2. GİRİŞ

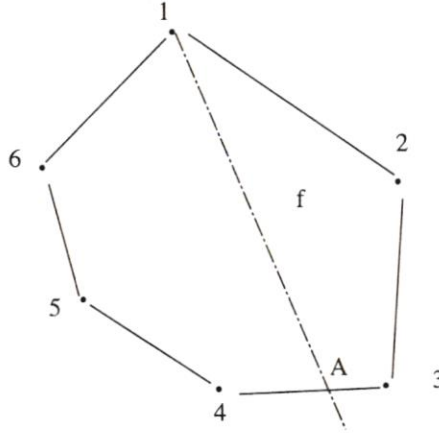
Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinin uğraşı alanlarından biri de parsellerin bölünmesidir. Bölünme işlemi, yasal zorunluluklar veya mal sahibinin isteği ile belli koşullara bağlı olarak gerçekleşir. Bu koşullardan biri de "parselin bir noktasından geçen doğru ile bölünmesi" dir. İstekliler parselin bir tarafında (örneğin sağ tarafında) f alanlı bir parselin ayrılmasını isteyebilirler. Böylesi bir durumda yapılması gereken, ayırma doğrusunun ikinci noktasının belirlenmesidir. Yani, ayırma doğrusunun ikinci noktasının parselin hangi sınır doğrusu ile kesiştiğinin belirlenmesidir.

Bunun için sırası ile şu işlemler yapılır:

- 1- $F \rightarrow$ 1, 2, ...n noktalı parselin toplam alanının hesaplanması,
- 2- $f \rightarrow$ Bölünmesi düşünülen alanın bilinmesi,
- 3- $f_i \rightarrow$ Parselin ayırma doğrusunun başladığı noktaya dayalı olarak oluşturulan sorgulama alanlarının hesaplanması,
- 4- Ayırma doğrusunun ikinci noktasının geçtiği parsel sınırının bulunması

*Öğr. Gör. Dr. (S.Ü.)

2.1 Bağıntının Araştırılması



Örnek Şekil 2. 1

Örnek şeklimizdeki parseli, "1" noktasından geçen $\overline{1A}$ doğrusu ile sağ tarafta f alanı kalacak şekilde bölelim. $\overline{1A}$ ayırma doğrusunun başlangıcı olan "1" noktasının yeri belirlidir. Sorun, "A" noktası parselin hangi sınır doğrusu üzerinde olduğunun bulunmasıdır. Bunun için sırası ile şu işlemler yapılır:

1- Alan hesapları;

$f_1 \rightarrow 1, 2, 3$ noktalarının oluşturduğu alan,

$f_2 \rightarrow 1, 2, 3, 4$ noktalarının oluşturduğu alan,

$f_3 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5$ noktalarının oluşturduğu alan,

2- Sorgulamalar;

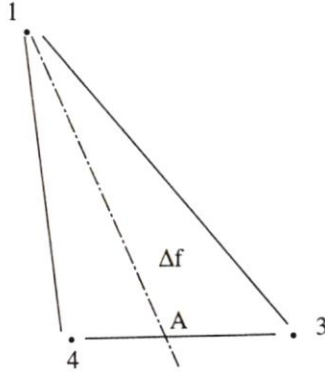
I. $f < f_1$ ise A noktası $\overline{23}$ üzerindedir,

II. $f < f_2$ ise A noktası $\overline{34}$ üzerindedir,

III. $f < f_3$ ise A noktası $\overline{45}$ üzerindedir,

IV. $f < F$ ise A noktası $\overline{56}$ üzerindedir.

Bu sorgulamalardan sonra A noktasının hangi doğru üzerinde olduğu bulunur. Örnek şeklimize göre A noktasının $\overline{34}$ üzerinde olduğunu varsayalım. Buna göre problem f_{42} alanlı parselin sağ tarafında Δf alan kalacak şekilde bölünmesi haline dönüşmüş olur.



$$f_{ü2} = f_2 - f_1$$

$$\Delta f = f - f_1$$

olur.

$$2.f_{ü2} = x_1 \cdot (y_3 - y_4) + x_3 \cdot (y_4 - y_1) + x_4 \cdot (y_1 - y_3)$$

$$2.f_{ü2} = x_1 \cdot y_3 - x_1 \cdot y_4 + x_3 \cdot y_4 - x_3 \cdot y_1 + x_4 \cdot y_1 - x_4 \cdot y_3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2.\Delta f = x_1 \cdot (y_3 - y_a) + x_3 \cdot (y_a - y_1) + x_a \cdot (y_1 - y_3)$$

$$2.\Delta f = x_1 \cdot y_3 - x_1 \cdot y_a + x_3 \cdot y_a - x_3 \cdot y_1 + x_a \cdot y_1 - x_a \cdot y_3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$2.(f_{ü2} - \Delta f) = x_1 \cdot (y_a - y_4) + x_a \cdot (y_4 - y_1) + x_4 \cdot (y_1 - y_a)$$

$$2.(f_{ü2} - \Delta f) = x_1 \cdot y_a - x_1 \cdot y_4 + x_a \cdot y_4 - x_a \cdot y_1 + x_4 \cdot y_1 - x_4 \cdot y_a \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$2 \text{ nolu bağıntıdaki } x_a \text{ 'yı yalnız bırakırsak,} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$x_a = \frac{2\Delta f - x_1 y_3 + x_3 y_1 + y_a (x_1 - x_3)}{y_1 - y_3}$$

$$3 \text{ nolu bağıntıdaki } x_a \text{ 'yı yalnız bırakırsak,} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$x_a = \frac{2f_{ü2} - 2Df - x_4 y_1 + x_1 y_4 + y_a (x_4 - x_1)}{y_4 - y_1}$$

4 ve 5 nolu bağıntıların sol tarafları birbirine eşit olduğundan sağ tarafları da birbirine eşittir. Buna göre;

$$2.\Delta f \cdot (y_4 - y_1) - x_1 \cdot y_3 \cdot (y_4 - y_1) + x_3 \cdot y_1 \cdot (y_4 - y_1) + y_a \cdot (x_1 - x_3) \cdot (y_4 - y_1) = 2.f_{ü2} \cdot (y_1 - y_3) - 2.\Delta f \cdot (y_1 - y_3) - x_4 \cdot y_1 \cdot (y_1 - y_3) + x_1 \cdot y_4 \cdot (y_1 - y_3) + y_a \cdot (x_4 - x_1) \cdot (y_1 - y_3)$$

$$y_a \cdot [(x_1 - x_3) \cdot (y_4 - y_1) - (x_4 - x_1) \cdot (y_1 - y_3)] = -2 \cdot \Delta f \cdot (y_4 - y_1) + x_1 \cdot y_3 \cdot (y_4 - y_1) - x_3 \cdot y_1 \cdot (y_4 - y_1) + 2 \cdot f_{ü2} \cdot (y_1 - y_3) - 2 \cdot \Delta f \cdot (y_1 - y_3) - x_4 \cdot y_1 \cdot (y_1 - y_3) + x_1 \cdot y_4 \cdot (y_1 - y_3)$$

$$y_a \cdot (x_1 \cdot y_4 - x_1 \cdot y_1 - x_3 \cdot y_4 + x_3 \cdot y_1 - x_4 \cdot y_1 + x_4 \cdot y_3 + x_1 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3) = -2 \cdot \Delta f \cdot y_4 + 2 \cdot \Delta f \cdot y_1 + x_1 \cdot y_3 \cdot y_4 - x_1 \cdot y_3 \cdot y_1 - x_3 \cdot y_1 \cdot y_4 + x_3 \cdot y_1 \cdot y_1 + 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_1 - 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_3 - 2 \cdot \Delta f \cdot y_1 + 2 \cdot \Delta f \cdot y_3 - x_4 \cdot y_1 \cdot y_1 + x_4 \cdot y_1 \cdot y_3 + x_1 \cdot y_4 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_4 \cdot y_3$$

y_a parantezindeki ifade, 1 nolu bağıntının ters işaretlisi ile yani $-2f_{ü2}$ değerine eşittir.

$$2 \cdot f_{ü2} \cdot y_a = -2 \cdot \Delta f \cdot y_4 - x_1 \cdot y_3 \cdot y_1 + x_1 \cdot y_4 \cdot y_1 - x_3 \cdot y_1 \cdot y_4 + x_3 \cdot y_1 \cdot y_1 - x_4 \cdot y_1 \cdot y_1 + x_4 \cdot y_1 \cdot y_3 + 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_1 - 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_3 + 2 \cdot \Delta f \cdot y_3$$

$$2 \cdot f_{ü2} \cdot y_a = -y_1 \cdot [x_1 \cdot (y_3 - y_4) + x_3 \cdot (y_4 - y_1) + x_4 \cdot (y_1 - y_3)] - 2 \cdot \Delta f \cdot y_4 + 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_1 - 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_3 + 2 \cdot \Delta f \cdot y_3$$

Eşitliğin sağ tarafındaki $-y_1$ parantezindeki ifadenin $2 \cdot f_{ü2}$ değerine eşit olduğu görülür. Buna göre ifademiz aşağıdaki şekli alır.

$$\begin{aligned} -2 \cdot f_{ü2} \cdot y_a &= -2 \cdot f_{ü2} \cdot y_1 - 2 \cdot \Delta f \cdot y_4 + 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_1 - 2 \cdot f_{ü2} \cdot y_3 + 2 \cdot \Delta f \cdot y_3 \\ -f_{ü2} \cdot y_a &= -\Delta f \cdot y_4 - f_{ü2} \cdot y_3 + \Delta f \cdot y_3 \end{aligned}$$

Eşitliğin her iki yanını -1 ile çarparsak;

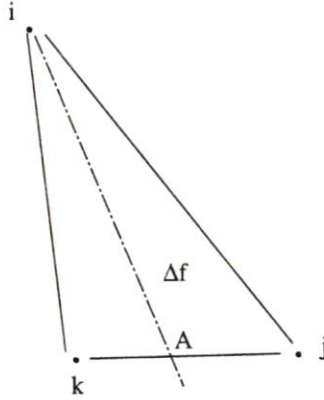
$$f_{ü2} \cdot y_a = \Delta f \cdot y_4 + f_{ü2} \cdot y_3 - \Delta f \cdot y_3$$

Buradan da bulunmak istenen y_a koordinatı çekilirse,

$$y_a = \frac{\Delta f}{f_{ü2}} y_4 + \frac{f_{ü2}}{f_{ü2}} y_3 - \frac{\Delta f}{f_{ü2}} y_3$$

$$y_a = y_3 + \frac{\Delta f}{f_{ü2}} (y_4 - y_3) \dots\dots\dots(6)$$

sonucuna ulaşılır. Bağıntımızı i, j, k gibi üç noktadan oluşan ve koordinatları bilinen, $f_{ü}$ alanlı, üçgen şeklindeki parselin i noktasından geçen bir doğru ile sağ tarafında Δf alanı kalacak şekilde bölünmesi şeklinde genelleştirirsek;



$$y_a = y_j + \frac{\Delta f}{f_{\bar{u}}} (y_k - y_j) \dots\dots\dots(7)$$

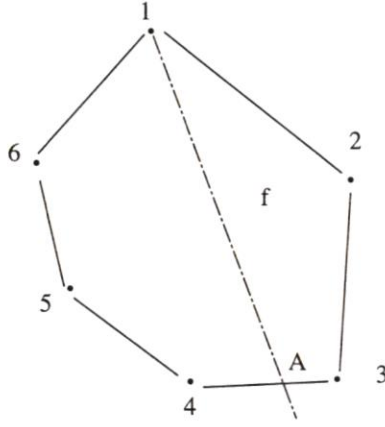
$$x_a = x_j + \frac{\Delta f}{f_{\bar{u}}} (x_k - x_j) \dots\dots\dots(8)$$

Bağıntılarını buluruz. Bu bağıntılar sayesinde;
 - İki bilinmeyenli iki denklem kurmaktan,
 - Büyük değerli sayılarla uğraşmaktan,
 - İşlem kalabalıklığından,
 - Zaman kaybından kurtulmuş oluruz.

2. 2 Örnek Çözüm

Aşağıdaki koordinat değerleriyle bilinen parseli 1 noktasından geçen doğru ile sağda 750.00 m2 kalacak şekilde ikiye bölüp, A noktasının koordinatlarını hesaplayınız.

	Y	X
1	32 501.02	27 859.17
2	32 546.14	27 863.96
3	32 571.92	27 847.02
4	32 559.78	27 836.61
5	32 526.03	27 821.42
6	32 513.42	27 825.35



Gauss Alan Bağıntılarından yararlanarak Alan hesaplarını yapalım;

Parselin toplam alanı $F = 1902.55 \text{ m}^2$

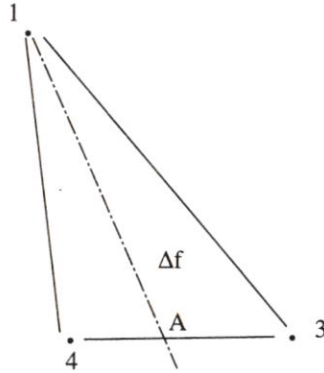
1, 2, 3 şeklinin alanı $f_1 = 443.91 \text{ m}^2$

$f > f_1$ olduğundan A noktası $\overline{23}$ üzerinde değildir,

1, 2, 3, 4 şeklinin alanı $f_2 = 886.69 \text{ m}^2$

$f < f_2$ olduğundan A noktası $\overline{34}$ üzerindedir.

Bu kesin yargıdan sonra 7 ve 8 bağıntılarını 1, 3, 4 üçgeninde uygulayabiliriz. Buna göre 1, 3, 4 noktalarının oluşturduğu üçgenin alanı;



$$f_u = f_2 - f_1 = 442.79 \text{ m}^2$$

$$\Delta f = f - f_1 = 306.09 \text{ m}^2$$

olur.

$$y_a = y_j + \frac{\Delta f}{f_{\bar{u}}} (y_k - y_j)$$

$$x_a = x_j + \frac{\Delta f}{f_{\bar{u}}} (x_k - x_j)$$

Bağıntılarını kullanarak;

$$y_a = 32\,563.53$$

$$x_a = 27\,839.82$$

koordinat değerleri hesaplarız. Bulduğumuz sonucun doğruluğunun kontrolü için 1, 2, 3, A şeklinin alanını Gauss Alan Bağıntıları ile hesaplırsak, 750.12 m² sonucunu buluruz.