

# TUTGA ve C Dereceli Nokta Koordinatlarının Gri Sistem ile Tahmin Edilmesi

Kürşat Kaya<sup>\*</sup>, Levent Taşcı<sup>1</sup>,

1 Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Elazığ, ltasci@firat.edu.tr

## Özet

*Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği (BÖHHBÜY), Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı (TUTGA) noktaları referans alınarak GNSS Sistemi kullanılarak üretilen C dereceli noktaların ölçme anındaki (T) konumlarının belirlenmesinin yanı sıra, başlangıç epoğundaki (To) konumlarının da belirlenmesi koşulunu getirmiştir. Bu durum, yeni üretilen noktaların hız bileşenlerinin, TUTGA noktalarına ait hız bileşenlerinden enterpolasyonla kestirilmesi zorunluluğunu getirmektedir. Nokta hızları, genellikle 1998.00 epogu ve daha sonra güncellenen 2005.00 epoğuna göre enterpole edilerek ölçü anındaki konumları elde edilmektedir. Bu çalışma ile noktaların konumlarını tespit ederken hız değerleri yerine noktaların koordinat değişimleri incelenerek nokta konum bilgilerinin elde edilebilirliğinin incelendiği bir çalışmadır.*

## Anahtar Sözcükler:

Gri Sistem, Hız değerleri, TUTGA noktaları.

## 1. Giriş

Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği (BÖHHBÜY); C1, C2 ve C3 noktalarının koordinatlarının TUTGA'nın başlangıç epoğundaki datumuna dönüştürülmesini esas almıştır. Jeodezik ölçmelerin vazgeçilmez unsurları olan nirengi ve TUTGA referans noktalarının, GPS sistemi ile de kullanılmasına olanak veren ve ölçü anına ötelenmek için kullanılacak hız değerlerinin her yıl için ortalama bir değer olarak hesaplanması maliyet gerektiren bir işittir. Ancak hızların, yönetmeliğin 21-b bendinde bahsedilen deprem gibi olağan üstü durumlar dışındaki davranışlarını, noktaların koordinatlarını; 1980'li yılların başında ortaya çıkan ve daha sonraki yıllarda çeşitli araştırmacıların farklı alanlarda yaptıkları çalışmalar ile gelişim gösteren sistemin temel teorisini oldukça sınırlı miktarda veriyle belirsiz sistemlerin hareket ve davranışlarını tahmin edebilen Gri sistem gibi bir yöntem kullanılarak daha ekonomik bir şekilde belirlemek mümkün olabilir.

Gri Sistemle hemen her alanda geleceğe dair olması muhtemel sonuçlar çok az gözlemlerle bile önceden tahmin edilebilmektedir. Bu anlamda Gri Sistem jeodezik ölçmelerin her dalında uygulama alanı bulacaktır. Atmosferik modellemeler, tabaka hareketleri, deformasyon hesaplamaları, hata dağılımları, coğrafi bilgi sistemleri, nokta konum hızları vb. birçok alanlarda çalışma yapılabilir.

Bu çalışma, Gri sistem modeli GM (1,1) in modelleme işleminin adımlarını, bir noktanın koordinat bileşenlerinin tahmin edilmesini amaçlamıştır

## 2. Gri Sistem Teorisini

Deng (1982) tarafından ortaya atılan , Gri sistemde temel düşünce belirsiz sistemlerin davranışlarını, sınırlı sayıda veri yardımı ile tahmin etmektir. Bu tahmin yönteminde, beyaz ve siyah renkler sembol olarak kullanılmıştır. Beyaz renk belirsizliğin olmadığı kusursuz veriyi siyah renk ise zıt özelliklere sahip bilgiyi sembolize etmektedir. Bu iki bilgi arasında kalan ve yalnızca sınırlı bilgiye sahip olunan bilgiler ise Gri sistem olarak isimlendirilmektedir.

Tek değişkene sahip birinci dereceden türevlenebilir eşitliklerin yer aldığı GM(1,1) gri modeli ifade eden matematiksel işlem adımları aşağıda verilmiştir. GM(1,1) gri modeli ile ilgili daha detaylı bilgiye Liu ve Lin (2006) tarafından yazılan "Grey Information Theory and Practical Applications" kitabından ve Köse v.d tarafından yazılan makalelerden ulaşılabilir.

Denklem 1 de görüldüğü gibi başlangıç veri seti kullanarak  $X^{(0)}$  ham veri seti oluşturulur,

\* Sorumlu Yazar: Kürşat KAYA Tel: +90 (422) 211 86 77 Faks: + 90 (422) 211 86 78

E-posta: kursat.kaya@inonu.edu.tr

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (1)$$

Daha sonra toplam üretim operatörü kullanarak  $X^{(1)}$ 'i oluşturulur (denklem 2 ve 3).

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (2)$$

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (3)$$

Birinci dereceden ortalama değer üretim operatörü kullanılarak  $Z^{(1)}$ 'i oluşturulduktan sonra,  $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$  eşitliğinde yer alan  $a$  ve  $b$  parametre değerlerinin tahmin edilir. Parametre değerlerini en küçük kareler yöntemi ile tahmin etmek için  $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$  eşitliğini veri setindeki tüm değerler yeniden yazılır.

$\hat{a}$ ,  $B$  ve  $Y$  değerlerinin matris gösterimindeki karşılıkları denklem 4' te gösterildiği gibidir.

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ -Z^{(1)}(4) & 1 \\ \dots & 1 \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4)$$

GM (1,1)'in parametre değerlerine karşılık gelen  $\hat{a}$  vektörünü elde edebilmek için sırası ile aşağıda tanımlanan matris işlemleri gerçekleştirilmelidir.

$$Y = B \hat{a} \quad (5)$$

$$B^T Y = B^T B \hat{a} \quad (6)$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (7)$$

$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b$  şeklinde gösterilen birinci dereceden türevlenebilir eşitliği çözülmesi ve tahmin modelini elde edilmesi denklem 8 ve 9 da verilmiştir.

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1))e^{-ak} + \frac{b}{a}(1 - e^{-ak}) \quad (8)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^a)[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} \quad (9)$$

Deng (1986) tarafından, *Gri tahmin modelinin* performansını test etmek için doğruluk ve hata oranı olmak üzere iki belirleyici ölçüt önermiştir.

Orijinal veri setinin herhangi bir  $k$  elemanı için tahmin hatası  $\varepsilon^{(0)}(k)$  ve hata oranı  $\delta^{(0)}(k)$  sırasıyla denklem 10 ve 11 ile hesaplanır:

$$\varepsilon^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), \quad k=1,2,\dots,n \quad (10)$$

$$\delta^{(0)}(k) = \left( \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right) \times 100\%, \quad k=2,3,\dots,n \quad (11)$$

Tahmin modelinin doğruluğu aşağıda tanımlanan  $p$  parametresi ile belirlenir.

(12)

$$p = \frac{\sum_{k=2}^n (1 - |\delta^{(0)}(k)|)}{n-1}$$

Tahmin edilen verinin hata ortalaması ve hata kareleri ortalaması sırasıyla  $\xi$  ve  $S_1$  simgeleriyle gösterilir ve denklem 13 ve 14 ile hesaplanır:

(13)

$$\xi = \frac{\sum_{k=1}^n \varepsilon^{(0)}(k)}{n}$$

(14)

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (\varepsilon^{(0)}(k) - \xi)^2}{n}}$$

Gözlemlenen verinin ortalaması ve hata kareleri ortalaması sırasıyla  $m$  ve  $S_2$  simgeleriyle gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

(15)

$$m = \frac{\sum_{k=1}^n x^{(0)}(k)}{n}$$

(16)

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x^{(0)}(k) - m)^2}{n}}$$

Tahmin modelinin hata oranını veren parametre değeri  $C$  ile gösterilir ve aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

(17)

$$C = \frac{S_1}{S_2}$$

Hata oranı ne kadar düşük olursa tahmin modelinin performansı da o denli yüksek olacaktır. Tahmin modeli için iki belirleyici ölçüt olan  $p$  ve  $C$  parametrelerinin aldıkları değerlere göre tahmin modellerinin sınıflandırılması Tablo-4'de gösterilmiştir.

Tablo 1: Tahmin Modellerinin Doğruluk Sınıflandırması (Deng, 1986; Tseng ve diğerleri, 2001)

SINIFLANDIRMA	PARAMETRELER	
	P	C
İYİ	>0.95	< 0.35
YETERLİ	> 0.80	< 0.50
SINIRDA	> 0.70	< 0.65
YETERSİZ	≤0.70	≥0.65

## 2. Gri Sistem Teorisi ile hesaplanan koordinat değerleri

Malatya'da bulunan L41-G001 TUTGA noktasının 1998 yılı kesin koordinat değerleri ve 1998.00 başlangıç epoğundaki hız değerleri kullanılarak 2005 yılı koordinat değerleri hesaplanmıştır. L41-G001 TUTGA noktasının 1998 yılındaki kesin koordinat değerleri ve 1998.00 epoğundaki hız değerleri kullanılarak, gri sistem için başlangıç verisini oluşturulmuştur. Elimizde 1999-2000-2001 ve 2002 yıllarına ait kesin koordinat değeri olmadığı için 1998,00 epoğundaki hız değerleri ile ötelenmiş koordinatlar kullanılarak 2003, 3004 ve 2005 yıllarının koordinat değerleri tahmin edilmiştir. Kontrol amaçlı olarak da aynı TUTGA noktasının 2005 yılındaki kesin koordinat değerleri gri Sistemle bulduğumuz 2005 yılına ait koordinat değerleri ile karşılaştırılmıştır. Yine aynı noktaya ait 1998 yılı kesin koordinat değerleri, 1998.00 başlangıç epoğundaki hız değerleri ile ötelenerek 2005 yılı koordinatları hesaplanmıştır.

\* Sorumlu Yazar: Kürşat KAYA Tel: +90 (422) 211 86 77 Faks: + 90 (422) 211 86 78

E-posta: kursat.kaya@inonu.edu.tr

Tablo 2: L41-G001 TUTGA Noktasının 1998,00 epoğundaki Hız değerlerine Göre Hesaplanmış Koordinatlar

L41-G001	X	Y	Z
1998	3900697.6885	3136906.4818	3941753.3976
1999	3900697.6771	3136906.4809	3941753.4174
2000	3900697.6657	3136906.4800	3941753.4371
2001	3900697.6543	3136906.4791	3941753.4568
2002	3900697.6429	3136906.4782	3941753.4765
2003	3900697.6315	3136906.4773	3941753.4962
2004	3900697.6201	3136906.4764	3941753.5159
2005	3900697.6087	3136906.4755	3941753.5356

Tablo 2. de önce 1998.00 epoğundaki hız değerleri kullanılarak 1998-1999-2000-2001-2002-2003-2004 ve 2005 yıllarına ait koordinat değerleri gösterilmiştir.

Tablo 3: L41-G001 TUTGA Noktasının Gri Sistem kullanılarak Hesaplanmış Koordinatlar

L41-G001	X	Y	Z
1998	3900697.6885	3136906.4818	3941753.3976
1999	3900697.6746	3136906.4810	3941753.4200
2000	3900697.6632	3136906.4801	3941753.4397
2001	3900697.6518	3136906.4792	3941753.4594
2002	3900697.6404	3136906.4783	3941753.4791
2003	3900697.6290	3136906.4774	3941753.4988
2004	3900697.6176	3136906.4765	3941753.5185
2005	3900697.6062	3136906.4756	3941753.5382

Tablo 3. 1998 yılı kesin koordinat değerleri ve 1998.00 epoğu hızları kullanılarak enterpole edilmiş 1999-2000-2001 ve 2002 yıllarına ait koordinat değerleri başlangıç verisi olarak kullanılmıştır. Başlangıç verisi olarak kullandığımız 1998 yılı kesin koordinat değeri ve 1999, 2000, 2001 ve 2002 yıllarına ait enterpole edilmiş koordinatlar Gri sistem tahmin modeli kullanılarak 2003, 2004 ve 2005 yıllarına ait koordinat değerleri tahmin edilmiştir. Gri Sistemle hesaplanan koordinat değerlerinin Tahmin Modellerinin Doğruluk Sınıflandırması P=0.992 ve C=0.20 olarak hesaplanmıştır. Tablo 1. de verilen Tahmin Modellerinin Doğruluk Sınıflandırması değerlendirmesine göre iyi olarak sınıflandırılmıştır.

Tablo 4. de ise 2005 yılı kesin koordinat değerleri ile birlikte gri sistem ve 1998.00 başlangıç epoğu hızları kullanılarak hesaplanmış 2005 yılı koordinatları değerleri birlikte verilmiştir.

Tablo 4: L41-G001 TUTGA Noktasının 2005 yılına ait Farklı Yöntemler kullanılarak Hesaplanmış Koordinatları

L41-G001	X	Y	Z
2005 Yılı Kesin Koordinat Değerleri	3900697.5574	3136906.4676	3941753.4891
1998.00 Epoğundaki hız Değerlerine Göre Hesaplanmış 2005 Yılı Koordinat Değerleri	3900697.6087	3136906.4755	3941753.5356
Gri Sistem ile Hesaplanmış 2005 Yılı Koordinat Değerleri	3900697.6062	3136906.4756	3941753.5382

### 3. Sonuç

\* Sorumlu Yazar: Kürşat KAYA Tel: +90 (422) 211 86 77 Faks: + 90 (422) 211 86 78

E-posta: kursat.kaya@inonu.edu.tr

L41-G001 TUTGA noktasının 2005 ve 1998 yıllarına ait kesin koordinat değerlerinin mevcut olması nedeniyle değerlendirmelerde bu nokta referans alınmıştır. Söz konusu noktanın 1998 yılı kesin koordinatları kullanılarak 2005 yılı kesin koordinatları elde edilmeye çalışılmıştır. Bunun için önce Tablo 2 de gösterildiği gibi 1998.00 başlangıç epoğundaki hızlar kullanılarak 2005 yılına kadar geçen her yıl için koordinat değeri hesaplanmıştır. Tablo 3 de ise Gri sistem kullanılarak yine 1998 yılı koordinatlarından 2005 yılı koordinatları üretilmiştir. Ancak Gri sistem için başlangıç verisi oluşturması açısından Tablo 2 de verilen ilk 5 yıllık koordinatlar kullanılmıştır. Bu sebepten hız değerleri ile bulunan koordinatlar ile Gri Sistemle bulunan koordinatlar birbirlerine çok yakın çıkmıştır.

Tablo 4 incelendiği zaman, Gri sistem ile elde edilen sonuçlardan yararlanılarak noktanın koordinatları hakkında büyük bir yaklaşıklıkla doğru koordinat bilgisi elde etmek mümkündür.

Yeterli ölçünün elde bulunamadığı çalışmalarda Gri sistemin çok kullanışlı olduğu görülmektedir.

## Kaynaklar

Deng, J.L., The control problems of grey systems, System & Control Letters, 5: 288-294, 1982.

Deng, J., Grey forecasting and decision, Huazhong University of Science and Technology Press, 1986.

Köse, E.,Aplak, H.S.,Kabak, M., Yetersiz Veri Ortamında Tahminler İçin Örnek Bir Uygulama: Gri Tahmin Yöntemi, 2014.

Liu, S and Lin, Y., Grey Information Theory and Practical Applications, Springer-Verlag London Limited ,2006

Tseng, F.M., Yu, H.C. ve Tzeng, G.H., Applied hybrid grey model to forecast seasonal time series, Technological Forecasting and Social Change, 67(2): 291–302, 2001.