

SAYISAL YÜKSEKLİK MODELLERİNDE KLASİK VE ESNEK HESAPLAMA YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Leyla ÇAKIR*

*Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, 61080, TRABZON.

Özet

Günümüzde bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle yaygın bir kullanım alanı kazanan Sayısal Yükseklik Modelleri (SYM), araziye dayalı analizler için önemli bir veri kaynağıdır. Yeryüzünün sürekli değişen topoğrafik yüzeyini sayısal ve üç boyutlu olarak ifade eden SYM'nin oluşturulmasında, topoğrafik yüzeyi yeterli duyarlılıkta temsil edecek, arazi üzerinde düzenli ya da düzensiz şekilde dağılmış konum ve yükseklik verisi bilinen dayanak noktalarına ihtiyaç vardır. Bu dayanak noktalarına bağlı olarak uygun bir hesaplama yöntemi ile oluşturulan SYM' de, yeni bir ara noktanın yükseklik verisi kolaylıkla elde edilmektedir.

Yapılan çalışmada uygulama alanı olarak fonksiyonel bir test yüzeyi kullanılmıştır. Oluşturulan yüzey, dağlar ve çukurdan oluşan engebeli bir arazi görünümündedir. Bu test yüzeyi için rastgele dağılımda 80 dayanak noktası ve 30 test noktası belirlenerek, polinomlar, multikvadrik enterpolasyon, ileri beslemeli yapay sinir ağları (İBYSA) ve yapay sinir ağlarının birlikte kullanıldığı karma bir yapı olan adaptif ağ tabanlı bulanık çıkarım sistemleri (ANFIS) yöntemleri ile yüzeyi temsil edecek en uygun sayısal yükseklik modelleri oluşturulmuştur. Bu çalışmada, tüm yöntemlerde en iyi sonucu veren SYM'lerden elde edilen istatistiksel değerler karşılaştırıldığında, incelenen test yüzeyi için sayısal yükseklik modeli belirlemede ileri beslemeli yapay sinir ağları ve ANFIS yöntemlerinin polinomlar ve multikvadrik enterpolasyon yöntemlerine göre daha başarılı olduğu görülmüştür.

Anahtar Sözcükler

Yapay sinir ağları, ANFIS, polinomlar, multikvadrik enterpolasyon

1. Giriş

1950'li yılların sonlarına doğru ortaya atılan SYM'ler, bilgisayarda yapılacak işlemlere esas olmak üzere yeryüzünün sayısal gösterimi olarak tanımlanır (Güler, 1983). Yeryüzünün sürekli değişen topoğrafik yüzeyini sayısal ve üç boyutlu olarak ifade eden SYM' den, eğim ve bakı haritaları, havza profilleri, drenaj ağı, görünürlük analizleri gibi pek çok veri elde edilmektedir.

SYM' nin oluşturulmasında, topoğrafik yüzeyi yeterli duyarlılıkta temsil edecek, arazi üzerinde düzenli ya da düzensiz şekilde dağılmış konum ve yükseklik verisi bilinen dayanak noktalarına ihtiyaç vardır. Bu dayanak noktalarına bağlı olarak uygun bir hesaplama yöntemi ile oluşturulan SYM' de, yeni bir ara noktanın yükseklik verisi kolaylıkla elde edilmektedir.

Sayısal yükseklik modeline konu olan yüzeylerin yani topoğrafyanın matematiksel anlamda birbirinden farklı özellikler göstermesi, uygulamacıları her çalışma için farklı model ya da kestirim yöntemi belirlemeye yöneltmiştir. SYM üretiminde kullanılan hesaplama yöntemleri çok çeşitli olup, kollokasyon, polinomlar, multikvadrik ve kriging enterpolasyon yöntemlerine sıklıkla başvurulmaktadır. Ayrıca birçok mühendislik problemine etkin çözümler sağlayan esnek hesaplama yöntemleri de, lineer ve lineer olmayan modellere uygulanabilme yeteneklerinden dolayı SYM'lerin oluşturulmasında iyi bir araç olarak düşünülebilir.

Bu çalışmada ise fonksiyonel bir test yüzeyinin modellenmesinde klasik ve esnek hesaplama yöntemlerinin doğruluklarının karşılaştırılması amaçlanmıştır. Klasik hesaplama yöntemi olarak polinomlar ve multikvadrik enterpolasyon, Esnek hesaplama yöntemi olarak da İBYSA ve ANFIS yöntemleri kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan yöntemler aşağıda açıklanmaktadır.

2. YÖNTEMLER

2.1. Polinomlarla Enterpolasyon

Bu yöntem, en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir. Yöntemin amacı, arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir. (x,y,z) koordinatları ile bilinen dayanak noktalarının oluşturduğu arazi yüzeyi sırasıyla n . dereceden ortogonal olmayan polinomlar kullanılarak aşağıdaki gibi,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (1)$$

ifade edilebilir (İnal vd., 2003; Micchelli, 1986; Yanalak, 2002). Burada a_{ij} , polinomun bilinmeyen katsayılarını; n ,

* Sorumlu Yazar: Tel: +90 (462) 3772765 Faks: +90 (462) 3280918

E-posta: lcakir@ktu.edu.tr (LEYLA ÇAKIR)

yüzeyin derecesini göstermektedir. Polinomsal ifadelerin çözümünde dayanak nokta sayısının gereğinden fazla olması durumunda polinom bilinmeyen katsayıları, en küçük kareler yöntemine göre hesaplanır. Bu katsayılar bulunduğundan sonra, çalışma bölgesindeki herhangi bir enterpolasyon noktasının yükseklik değeri, kaçınıcı derece polinom kullanılacaksa, o polinoma ait eşitliğe göre hesaplanır. Bir uygulama bölgesi için polinomlarla enterpolasyon uygulamasında kaçınıcı dereceden bir polinom kullanılacağı, polinom derecesinin birinci dereceden başlatılıp sırasıyla artırılarak dengeleme sonuçlarının analiz edilmesiyle belirlenir. Bu analiz aşamasında, model ve kestirilen parametreler için anlamlılık ve uyumsuz ölçü testlerinden yararlanır (Aksoy, 1984; Konak, 1994; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Wolf and Ghilani, 1997; Şimşek, 1992).

2.2. Multikvadrik Enterpolasyon

1971’de Hardy tarafından önerilen bu yöntemin amacı dayanak noktalarının tümünü aynı anda kullanarak arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir. Bu yöntemde öncelikle çalışma bölgesinde tüm dayanak noktaları kullanılarak bir trend yüzeyi geçirilir. Trend yüzeyi olarak m. dereceden bir polinom uygulanması durumunda polinomun bilinmeyen katsayıları dayanak noktalarının z değerlerine bağlı olarak en küçük karelere göre çözümlendikten sonra dayanak noktalarındaki artık yükseklik değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Delta z_i = z_i - P(x_i, y_i) \tag{2}$$

Bu yöntemde topoğrafik yüzey, katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir. Hardy bu yüzeyi “Multikvadrik Yüzey” olarak tanımlamaktadır. Multikvadrik yüzeyin en genel eşitliği,

$$\sum_{i=1}^n c_i [Q(x_i, y_i, x, y)] \tag{3}$$

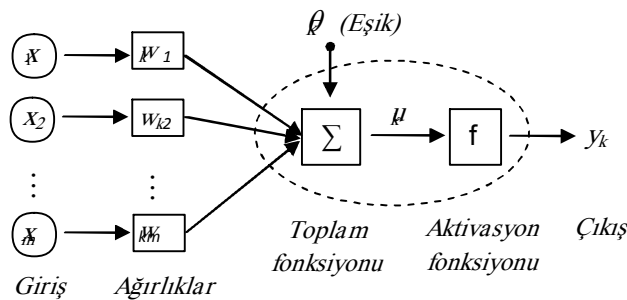
biçimindedir. Burada Δz , y ve x ’in fonksiyonları olan n sayıdaki Q yüzeylerin toplamından oluşur. Çalışmada Q yüzeyi olarak iki yapraklı dairesel hiperboloid seriler kullanılmıştır. Bağlıntıdaki c_i katsayıları, her bir Q yüzeyinin işaretini ve eğimini belirler (Güler 1983, Hardy 1971). c_i katsayıları n sayıdaki dayanak noktasının $(x_i, y_i, \Delta z_i)$ değerlerinden yararlanarak hesaplandıktan sonra (x_0, y_0) koordinatlarıyla bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının z değeri aşağıdaki eşitlikten hesaplanır.

$$z_0 = P(x_0, y_0) + \Delta z_0 = P(x_0, y_0) + \sum_{i=1}^n c_i [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2]^{1/2} \tag{4}$$

eşitlikte geçen δ geometrik parametresi kullanıcı tarafından belirlenen sabit bir sayı olup yüzeyin düzgünlüğünü veya keskinliğini göstermektedir.

2.3. Yapay Sinir Ağları (YSA)

İnsan beyninin üstün özellikleri, bilim adamlarını üzerinde çalışmaya zorlamış ve beynin öğrenme yolu ile yeni bilgiler türetebilme, yeni bilgiler oluşturabilme ve keşfedebilme gibi yeteneklerini herhangi bir yardım almadan otomatik olarak gerçekleştirmek amacıyla YSA’yı bilgisayar sistemlerinde geliştirmeye yönlendirmiştir. (Öztemel 2003). Böylece YSA, deneysel bilginin depolanmasını ve kullanıma uygun hale getirilmesini sağlayan, basit birimlerden oluşan paralel olarak dağıtılmış bir işlemci olarak tanımlanabilir (Haykin, 1994). YSA’nın temel işlem elemanı, biyolojik olarak insan beynindeki nöronlara karşılık gelen yapay sinir hücresidir.



Şekil 1. Yapay sinir hücresi modeli

Şekil 1’de görüldüğü gibi, yapay sinir hücresi, girişler, ağırlıklar, toplam fonksiyonu, transfer fonksiyonu ve çıkış olmak üzere beş temel öğeden oluşmaktadır. Yapay sinir hücresinin görevi, önceki sinirlerden veya dış dünyadan aldığı giriş tabakasındaki birçok bilgiyi (x_1, x_2, \dots, x_m), başka nöronlara iletmektir. Her bir giriş verisi, kendine ait bir ağırlığa sahiptir. Ağırlıklar ($w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{km}$) giriş değerlerin çıkış değeri üzerindeki önemini ve etkisini belirleyen uygun katsayılarıdır. Bir nöron modelinde, nörona gelen her girdi verisi kendi ağırlığı ile çarpılıp çarpım sonuçları toplanmakta, buna θ bias değeri de eklenecek elde edilen u çıkış değeri, aktivasyon fonksiyonuna gönderilmektedir. Böylelikle u çıktı değerinin matematiksel modeli aşağıdaki gibi oluşturabilir:

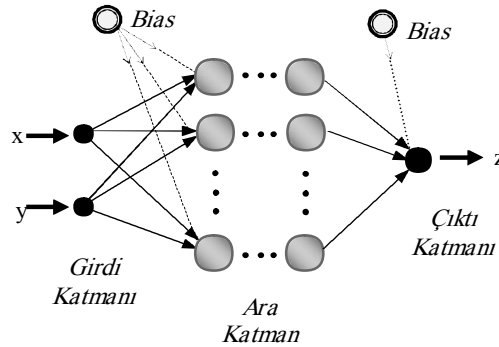
$$u_k = w_{k1}x_1 + w_{k2}x_2 + \dots + w_{km}x_m + \theta_k = \sum_{i=1}^m w_{ki}x_i + \theta_k \quad (5)$$

Burada m giriş sayısı olmak üzere x_i i işlem elemanının girişi, w_{ki} , i işlem elemanından k ’nınci işlem elemanına olan ağırlık değerini göstermektedir. Sonuç olarak y_k çıkış değeri,

$$y_k = f(u_k) = f\left(\sum_{i=1}^m w_{ki}x_i + \theta_k\right) \quad (6)$$

biçiminde ifade edilebilir. Formülde geçen f , aktivasyon fonksiyonudur (Elmas, 2003).

Bu sinir hücreleri, rastgele değil de katmanlar halinde gruplandırılarak yapay sinir ağlarını oluştururlar. Genel olarak bir ağda üç katman bulunur. Bunlar, girdi, ara (gizli) katman ve çıktı katmanıdır (Şekil 2). Bazı ağlarda gizli katman hiç olmayacağı gibi, bazılarında da birden fazla sayıda olabilir. Ağın girdi ve çıktı katmanlarında, probleme ait veriler bulunmaktadır. Bir yapay sinir ağında ara katman sayısı ve ara katmanlardaki nöron sayısı, her probleme göre deneme-yanılma yolu ile performans kriterlerine bakılarak belirlenir.



Şekil 2. İBYSA mimari yapısı

Yapay sinir ağlarında çok çeşitli ağ yapıları vardır. Bu çalışmada, ileri beslemeli yapay sinir ağları kullanılmıştır. Şekil 2 de görüldüğü gibi İBYSA katmanlarında bilgi akışı giriş katmanından çıktı katmanına doğru tek yönlü bağlantılarla gerçekleşmektedir. Buna göre bir katmandaki bütün nöronlar bir üst katmandaki tüm nöronlara bağlıdır. Aynı katmanda bulunan nöronlar arasında bağlantı kurulamaz.

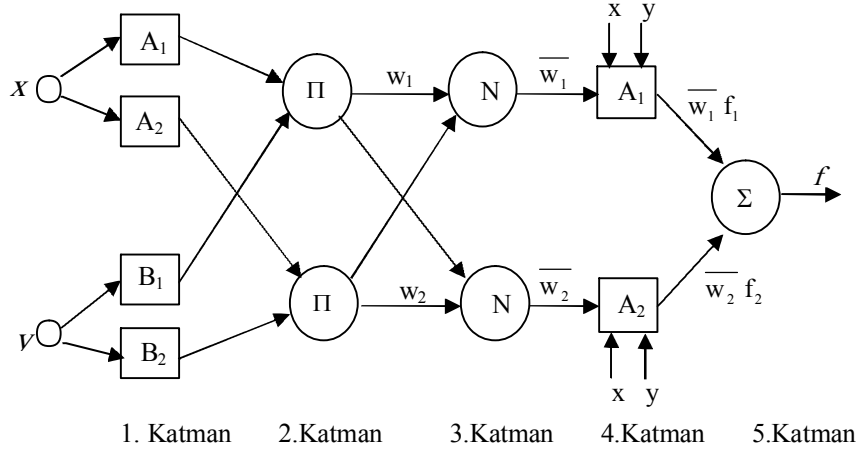
YSA’larda amaçlanan, örnek girdi-çıkı veri setindeki ilişkilendirmeyi tanımlayarak seçilen eğitim algoritmalarıyla nöronlar arasındaki ağırlık verilerinin optimal değerlerinin belirlenmesidir. Böylece ağ, test verileri için çıkış değeri üretebilir. İBYSA’ların eğitiminde genellikle geri yayılım algoritması kullanılmaktadır. Bu algoritma hataların çıkış katmanından giriş katmanına doğru azaltılmasını amaçlamaktadır. Bu algoritmada ağın ürettiği çıktı ile beklenen değerleri karşılaştırılarak elde edilen hatanın kabul edilebilir bir düzeye inmesi için ağın ağırlık ve eşik değerlerinin iteratif olarak değiştirilir. Bu işlem ağın performans ölçütü E nin minimize edilmesiyle gerçekleştirilir.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q (t_q - \zeta_q)^2 = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q (\varepsilon_q)^2 \quad (7)$$

Eşitlikte ζ ağın ürettiği çıktıyı, t beklenen çıktı değerini, ε ise hata değerini göstermektedir. Bu kapsamda, performans fonksiyonunu minimum yapacak şekilde çeşitli geriye yayılım algoritması geliştirilmiştir. Bu çalışmada Levenberg-Marquardt algoritması kullanılmıştır.

2.4. Adaptif Ağ Tabanlı Bulanık Çıkarım Sistemi (ANFIS)

1993 yılında Jang tarafından ortaya atılan ANFIS, yapay sinir ağlarının paralel hesaplayabilme ve öğrenme kabiliyeti ile bulanık mantığın uzman bilgisini kullanarak sonuçlar çıkarabilme özelliklerinin birleşiminden oluşur. Sugeno bulanık çıkarım sistemine dayalı bir modeldir. Şekil 3’de görüldüğü gibi iki giriş ve bir çıkış değerine sahip ANFIS yapısında 5 adet katman vardır.



Şekil 3. ANFIS yapısı

1.Katman: Bulanıklaştırma katmanıdır. Bu katmandaki her bir karesel düğüm (A_i , B_i) bulanık kümeyi temsil etmektedir. Katmandaki her bir düğümün çıkışı, giriş değerlerine ve kullanılan üyelik fonksiyonuna bağlı olarak üyelik derecesini göstermektedir. Bu katmandaki üyelik fonksiyonu parametreleri *öncül parametreler* olarak isimlendirilir. 1. katmandan elde edilen üyelik dereceleri $\mu_{A_i}(x)$ ve $\mu_{B_i}(y)$ biçiminde gösterilir.

2.Katman: Kural katmanıdır. Bu katmandaki Π ile etiketlenmiş her bir düğüm kural sayısını göstermekte olup, 1. katmandan gelen üyelik derecelerinin çarpımını ifade etmektedir. Buradaki her bir düğümün çıkışı aynı zamanda kuralın ağırlığı w_i olarak kabul edilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$O_i^2 = w_i = \mu_{A_i}(x) \cdot \mu_{B_i}(y) \quad (8)$$

3.Katman: N ile etiketlenmiş sabit düğümlerin oluşturduğu bu katman normalizasyon katmanı olarak da isimlendirilir. Bu katmandaki her bir düğüm, 2. katmandan gelen tüm düğümleri giriş değeri olarak kabul etmekte ve her bir ağırlığı normlandırmaktadır.

$$O_i^3 = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_j w_j} = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, \quad i=1,2 \quad (9)$$

4.Katman: Bu katmandaki her bir düğümün çıktısı 3.katmandan elde edilen normlandırılmış ağırlık ile birinci derece polinomun basitçe çarpımı olarak hesaplanır. Bu katmandaki (p_i, q_i, r_i) polinom parametreleri “ i . kuralın sonuc parametreleri” olarak isimlendirilir.

$$O_i^4 = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) \quad (10)$$

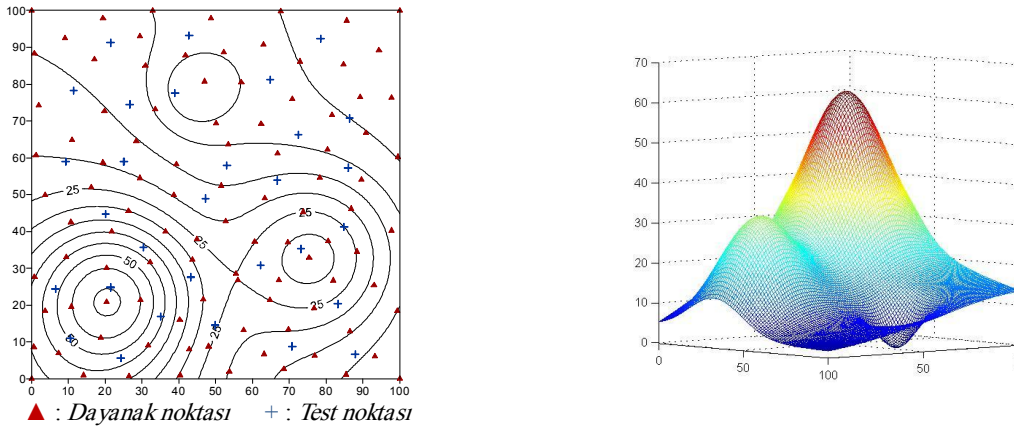
5.Katman: Bu katmanda sadece bir düğüm vardır ve Σ ile etiketlenmiştir. Bu katmanda ANFIS sisteminin genel çıkış değeri hesaplanır ve durulaştırma ile bulanık değerden kesin değere dönüştürülür.

$$O_i^5 = f = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad (11)$$

Bu çalışmada ANFIS sistemi için model parametrelerinin belirlenmesinde “geriye yayılım” yöntemi ve “en küçük kareler” yöntemlerinin birleşiminden oluşan Hibrid öğrenme algoritması kullanılmıştır (Jang, 1993, Şen, 2001)

Bu çalışmada uygulama alanı olarak 100m*100m'lik alanda tanımlı (12) eşitliğinde verilen fonksiyonel bir test yüzeyi kullanılmıştır (Franke, 1979). Oluşturulan yüzey, dağlar ve çukurdan oluşan engebeli bir arazi görünümündedir. Test yüzeyinin fonksiyonla ifade edilmesi bize noktaların gerçek yükseklik değerlerini hesaplamayı sağlar. Böylece dayanak ve test noktalarına ait gerçek hatalar elde edilmektedir. Uygulamada öncelikle rasgele dağılımda 80 nokta dayanak noktası ve 30 test noktası belirlenmiştir. Bu noktaların yüzey üzerindeki dağılımı ve yüzeyin perspektif görünümü Şekil3'de görülmektedir. Uygulamalara ait tüm hesaplamalar MATLAB programlama dilinde hazırlanmıştır.

$$z(x, y) = \left(0.75 \exp \left[\frac{(9x/100 - 2)^2 + (9y/100 - 2)^2}{4} \right] + 0.75 \exp \left[\frac{(9x/100 + 1)^2}{49} - \frac{9y/100 + 1}{10} \right] \right. \\ \left. + 0.5 \exp \left[-\frac{(9x/100 - 7)^2 + (9y/100 - 3)^2}{4} \right] - 0.2 \exp \left[-(9x/100 - 4)^2 - (9y/100 - 7)^2 \right] \right) * 50 \quad (12)$$



Şekil 3. Test yüzeyinin eşyüksekti eğrili planı ve perspektif görünümü

Test yüzeyini polinomlarla modellemede, polinom derecesi birden başlanarak sırayla arttırılmış ve yüzey için hesaplanan istatistiksel sonuçlar irdelenerek değerlendirmeler yapılmıştır. Polinom katsayılarının anlamlılığını test etmek için istatistiksel t testi kullanılmıştır. t testi için tablo değeri %95 güven aralığında hesaplanmıştır. Buna göre, test yüzeyi için yapılan değerlendirmelerde ortogonal olmayan yedinci derece polinom yüzeyinin dayanak ve test noktalarına daha iyi yakınsadığı görülmektedir.

Test yüzeyinin multikvadrik enterpolasyon yöntemi modellenmesinde trend yüzeyi olarak lineer yüzey, δ parametresinin değeri de sıfır alınmıştır.

İBYSA ile test yüzeyinin modellenmesinde ise ağ mimarisi oluşturulurken girdi bilgisi olarak yatay konum (x,y) verisi, çıktı bilgisi olarak da (z) yükseklik değeri kullanılmıştır. YSA'da uygun ağ parametreleri yani öğrenme algoritması, gizli katman sayısı, gizli katmanlardaki hücre sayısı, öğrenme oranı gibi parametreler değiştirilerek "deneme-yanılma" stratejisi ile en uygun ağ mimarisi bulunmaya çalışılmıştır. Yapılan denemeler sonucunda belirlenen parametreler: Levenberg-Marquardt öğrenme algoritması, öğrenme oranı 0.02 ve momentum katsayısı 0.9, eğitim performansı için hedeflenen hata değeri 10^{-5} , epok sayısı 1000 olan iki ara katmandır. İBYSA'nın mimarisi 2:10:3:1 biçimindedir. Bu ifadeye göre girdi katmanında iki nöron (x,y), birinci ara katmanda 10 nöron, ikinci ara katmanda 3 nöron ve çıktı katmanında bir nöron (z) bulunmaktadır. Oluşturulan İBYSA'nın ara katmanlarında aktivasyon fonksiyonu olarak sırasıyla hiperbolik tanjant sigmoid, logaritmik sigmoid ve lineer fonksiyonların daha iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

ANFIS ile trend yüzeyinin modellenmesinde İBYSA yöntemine benzer olarak dayanak noktalarının yatay konum (x,y) değerleri girdi, yüksekliği değerleri çıktı olarak sisteme girilmiştir. Oluşturulacak ANFIS modelinde x ve y değerlerini alt kümelerle ayırmak için kullanılacak üyelik fonksiyonu tipi ve üyelik fonksiyonlarının sayısı, deneme-yanılma yöntemiyle en az karesel ortalama hatası esas alınarak, ayrıca eğitim hatası ile test hatası arasındaki farkın çok yüksek çıkmadığı seçenekler dikkate alınarak belirlenmiştir. Girdi verileri için üyelik fonksiyon türü gauss; x ve y değerleri için beş alt küme ayrılarak elde edilen yüzeyin daha iyi sonuç verdiği gözlenmiştir. Sonuçta uygulama alanında en iyi sonucu veren tüm yöntemlerden elde edilen istatistiksel değerler aşağıda Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Uygulama yüzeyine ait test noktalarında elde edilen istatistiksel sonuçlar

Yöntem	min (m)	ort (m)	maks (m)	m ₀ (m)	R ²
Polinom	-2.3	-0.1	1.21	0.86	0.9965
Multikvadrik	-1.85	0.07	2.09	0.70	0.9979
İBYSA	-0.39	0.18	2.3	0.55	0.9986
ANFIS	-0.63	0.08	1.34	0.52	0.9984

4. SONUÇLAR

Birçok probleme alternatif çözümler üreten esnek hesaplama yöntemleri, farklı alanlarda geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bu çalışmada, esnek hesaplama yöntemlerinden İBYSA ve ANFIS, klasik yöntemlerden de polinomlar ve multikvadrik enterpolasyon ile SYM üretilerek yöntemlerin karşılaştırılması amaçlanmıştır. Esnek hesaplama yöntemlerinde kullanılan parametreler denemeler sonunda kullanıcı tarafından belirlendiği için hesaplama süresi açısından klasik yöntemler ile kıyaslandığında daha fazla zaman alan yöntemlerdir. Uygulama yüzeyine ait test noktaları için, Tablo 1'deki istatistiksel değerler incelendiğinde polinomlar, multikvadrik, İBYSA ve ANFIS yöntemleri için karesel ortalama hata değerleri sırasıyla $\pm 0.86m$, $\pm 0.70m$, $\pm 0.55m$ ve $\pm 0.52m$ olup belirlilik katsayı değerlerinde de 0.9965, 0.9979, 0.9986 ve 0.9984 gibi sonuçlar elde edilmiştir. Tüm yöntemlerden istatistiksel değerler karşılaştırıldığında esnek hesaplama yöntemlerinin daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Kaynaklar

- Aksoy, A., (1984), Uyuşumsuz ölçüler testi, *Harita Dergisi*, 93, 15-24.
- Elmas, Ç., (2003), Yapay sinir ağları (Kuram, Mimari, Eğitim, Uygulama), Seçkin Yayıncılık. Ankara, 192 ss.
- Franke, R., (1979), A Critical comparison of some methods for interpolation of scattered data, Araştırma raporu, Naval Postgraduate School Monterey, California.
- Güler, A., (1983), Sayısal arazi modellerinde iki enterpolasyon yöntemi ile denemeler, K.T.Ü. Araştırma ve İnceleme Yayınları Dizisi, Genel Yayın No:22, Fakülte Yayın No:19, Trabzon, 22s.
- Hardy, R. L., (1971), Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces, *J. of Geophysical. Research*, 76, 1905 -1915.
- Haykin, S., (1999), Neural networks a comprehensive foundation, Prentice Hall Publish., New Jersey, 842 s.
- İnal, C., Turgut, B. ve Yiğit, C., Ö., (2003), Lokal alanlarda jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde 30.Yıl Sempozyumu, Ekim, Konya, Bildiriler Kitabı, 97-106.
- Jang, J., S., R., (1993), ANFIS: Adaptive-network based fuzzy inference systems, *IEEE Transactions on Systems, Man ve Cybernetics*, 23, 665-685.
- Konak, H., (1994), Yüzey ağlarının optimizasyonu, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Micchelli, C., A., (1986), Interpolation of scattered data: distance matrices and conditionally positive definite functions, *Const. Approx.*, 2, 11-22.
- Öztemel, E., (2003), Yapay sinir ağları, Papatya Yayınevi, İstanbul, 232 ss.
- Öztürk, E. ve Şerbetçi, M., (1992), Dengeleme hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, Trabzon, 558 ss.
- Şen, Z., (2001), "Bulanık mantık ve modelleme ilkeleri", *Bilge Yayıncılık*, İstanbul.
- Şimşek, M., (1992), Jeodezik ağlarda uyumsuz ölçülerin belirlenmesi, *Harita Dergisi*, 108, 18-33.
- Wolf, H. ve Ghilani, C., D., (1997), Adjustment computation: statistics ve least squares in surveying ve GIS, John Wiley ve Sons Inc., New York, 564 s.
- Yanalak M., (2002), Sayısal arazi modellerinde yükseklik enterpolasyonu, *Harita Dergisi*, 128, 44-58 s.