TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası
13. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı
18-22 Nisan 2011, Ankara

KÜÇÜK ÖLÇEKLİ CBS UYGULAMALARI İÇİN UYGUN PSEUDO PROJEKSİYONLAR

Serpil Ateş[1], Semih Dalğın[2] ve Cengizhan İpbüker[1],

[1]İTÜ, İstanbul Teknik Üniversitesi, Geomatik Müh.Bölümü, Maslak, İstanbul, buker@itu.edu.tr, atesser@itu.edu.tr
[2]İTÜ, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Maslak, İstanbul, semihdalgin@gmail.com

ÖZET

Kartografya literatüründe tasarımcısı bilinen bilinmeyen, neredeyse sayısız harita projeksiyonuna rastlamak mümkündür. Bunlar arasında, yerkürenin genellikle tamamını yada büyük bir kısmını gösteren, tematik haritalar kategorisinde atlas haritaları olarak isimlendirilen, gerçek anlamda olmayan, pseudo projeksiyonlar ciddi bir yer tutar. Bunlar belirli bir aracı yüzeye yine belirli elemanları korunarak bir geometrik, perspektif izdüşümün gerçekleştiği gerçek anlamda olan projeksiyonlardan esinlenerek tasarımlanmışlardır. Salt matematik bağıntılara dayanarak açıklanan bu projeksiyonların birçoğu tasarımcısının adı ile anılırlar. Bu grup, küçük ölçekli Coğrafi Bilgi Sistemi uygulayıcıları için çok geniş bir yelpazede tercih olanağı sunan bir çeşitliliğe sahiptir. Bu çalışmada küçük ölçekli CBS uygulamalarında kullanılabilecek uygun projeksiyon seçimi için bazı alan karşılaştırmaları yapılarak bir ölçüt geliştirilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla, popüler şöhrete sahip 12 adet projeksiyon örneği üzerinde 10'ar derecelik kuşakların alanları hesaplanarak küre üzerindeki karşılıkları ile oranlanıp bir deformasyon analizi yapılmış ve sonuçları tartışmaya açılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Kartografya, Pseudo projeksiyonlar, CBS.

ABSTRACT

SUITABLE PSEUDO PROJECTIONS FOR SMALL SCALE GIS APPLICATIONS

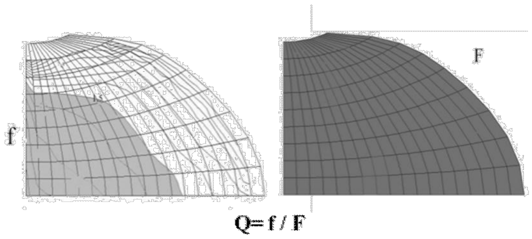
In cartography literature, infinite number of map projection with known or unknown designer can be found. Among them pseudo projections, which show entire or large part of the earth and called atlas maps in the category of tematic maps has an important place. These are designed according to projections whare a geometric and perspective projection is occured preserving specific elements on specific mediating surfaces. Many of these projections, that are only on the basis of mathematical equations, are described with the designer's name. These group has a diverse offering a wide range of choice for smal scale Geographical Information Systems applications. In this study, a criterion is developed by making some comparisons for the selection of appropriate projection for small-scale GIS applications. In this context, the rate between 10 degree zone areas for the most popular 12 projections and provision of these areas on the sphere is calculated, deformation analyses are made and the results are brought into discussion.

Keywords: Cartography, Pseudo projections, GIS.

1. GİRİŞ

Yeryüzünün ortaya çıkan geometrik yapıdan yararlanarak düzlem, silindir, koni gibi aracı yüzeylere aktarılmadan sadece matematiksel bağlantılar kullanılarak harita düzlemine izdüşürüldüğü projeksiyonlara pseudo projeksiyonlar adı verilir. Pseudo projeksiyonlar ile yerkürenin tümü tek bir pafta üzerinde gösterimi gerçek anlamlı projeksiyonlara göre daha iyi sonuç vermektedir. Bunun nedeni, gerçek anlamlı projeksiyonlarda deformasyonların sadece belli bir doğrultuda korunması ve projeksiyon yüzeyinin teğet olduğu ya da kestiği noktalardan uzaklaştıkça deformasyonun artmasıdır. Pseudo projeksiyonlar ile yerküreselliğinin hissedilmesini sağlayacak şekilde elips bir gösterim, paralel dairelerin izdüşümlerinin paralel ya da paralele yakın olması, ana karaların ve okyanusların birbirine göre alansal oranlarının doğru algılanması sağlanabilmektedir.
Coğrafi Bilgi Sistemlerinde (CBS) harita ağı tasarımında karşılaşılan en zor problemlerden biri projeksiyon seçim sürecidir. CBS yazılımları kullanıcılara çok sayıda projeksiyon alternatifi sunmaktadır. Genellikle pseudo silindirik projeksiyonlar veya pseudo konik projeksiyonlar tercih edilmekte ve alan koruma özelliği ön planda tutulmaktadır. Bu grup literatürde "ortalayıcı", "dengeleyici" projeksiyonlar olarak da anılmaktadır (Uçar, 1998). Bu isimlerle anılmalarının nedeni birçok tasarımın alan, açı ve uzunluk deformasyonlarını optimize etme, diğer bir deyişle bunları dengeleme kaygısıyla gerçekleşmesidir. Projeksiyon seçimi haritanın kullanım amacına ve ölçeğine, haritası yapılacak bölgenin yeryüzündeki konumuna, haritası yapılacak bölgenin büyüklüğüne ve şekline bağlı olarak yapılmaktadır. Bu tercih amaç edinilen temanın en etkili vurgulanması bağlamında kullanıcı gereksinimlerini karşılamalıdır.

Yakın tarihli çalışmalardan biri, Karlova Üniversitesi'nden (Çekoslovakya) Prof. Richard Capek yeryüzünü planisfer yani tek parça olarak gösteren tanınmış 100 harita projeksiyonunu, Q ile gösterdiği bir global alan deformasyonu kriteri altında inceleyerek, en uygun harita projeksiyonunu bulmaya çalışmıştır. Projeksiyon ağı üzerine alan deformasyonu katsayısının 1.5 olduğu ve benzer olarak Açı deformasyonunun 45 dereceye eşit olduğu eş deformasyon eğrilerini çizmiştir. Q katsayısını kuzey ve güney yarıkürede simetrik bir görüntü veren bu eğrilerin içerisinde kalan alanı toplam projeksiyon alanına oranlayarak tanımlamıştır. (Capek, 2001a, Capek, 2001b).



Şekil 1: Q katsayısı alan oranları.

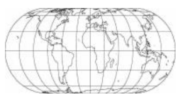
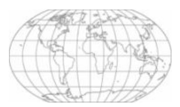
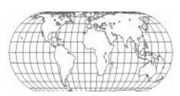
Pseudo projeksiyonlar için genel projeksiyon eşitlikleri

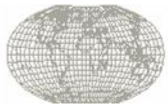
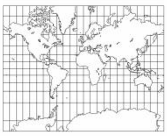
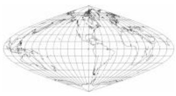
$$\mathbf{x} = \mathbf{f_x}\left(\phi, \Delta\lambda, \mathbf{t}\right) \tag{1.1}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{f_y}\left(\phi, \Delta\lambda\right) \tag{1.2}$$

olarak verilir. Burada t değişkeni bazı pseudo silindirik projeksiyonlar için verilen parametrik denkleme aittir. Bu değer iterasyon ile bulunur.

Tablo 1: Uygulamada örnek alınan projeksiyon eşitlikleri (Bugayevski ve Snyder 1995, Snyder ve Voxland 1989)

Projeksiyon	f_y	f_x	f_t
 Robinson	$1,3523 \times R \times B$	$0,8487 \times R \times A \times \Delta\lambda$	A,B tablo değerleri olarak tanımlıdır.
 Hammer	RDt	$2RD\sqrt{(1-t^2)}$	$D = arccos(cos\,\varphi\, cos(\frac{\Delta\varphi}{2}))$ $t = \frac{sin\,\varphi}{sin D}$
 Eckert 4	$\frac{2R\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi+4}} \sin t$	$\frac{2R}{\sqrt{4\pi+\pi^2}} \Delta\lambda(1+\cos t)$	$t + \sin t \cos t + 2\sin t = \left(\frac{\pi}{2}+2\right)\sin\varphi$
 Putnins	$1.56548\ R \sin t$	$0.86310 R\Delta\lambda \cos t$	$2t + \sin 2t = \frac{\left(4\pi + 3\sqrt{2}\right)}{6} \sin\varphi$
 Winkel	$\frac{1}{2}\left[\frac{D}{C^{1/2}} sin\,\phi_i + \phi_i\right]$	$\frac{1}{2}\left[\frac{2D}{C^{1/2}} cos\,\phi_i\, sin\frac{\lambda_i}{2} + \lambda_i\, cos\,\phi_0\right]$	$D = arccos\left(cos\,\varphi\, cos\frac{\lambda}{2}\right)$ $C = 1 - cos^2\varphi\, cos^2\frac{\lambda}{2}$
 Wagner	$1,24104\, R\, S\, C_1$	$2,66723 R C_0 C_1\, sin(\frac{\Delta x}{3})$	$S = 0,90631\, sin\,\varphi$ $C_o = \sqrt{1-S^2}$ $C_1 = \frac{2}{\sqrt{1+C_0\, cos(\frac{\Delta x}{3})}}$
 Kavraski	$\frac{\sqrt{3}}{2} cos(arcsin(\frac{3}{\pi}\varphi))$	$\frac{-3\lambda\, sin(arcsin(\frac{\sqrt{3}}{\pi}\varphi))}{2\sqrt{\pi^2 - 3\varphi^2}}$	
 Eckert 3	$4R\varphi\sqrt{4\pi+\pi^2}$	$2(1+\sqrt{1-(\frac{2\varphi}{\pi})^2})\frac{R\Delta\lambda}{\sqrt{4\pi+\pi^2}}$	

 Mollweide	$R\sqrt{2}\sin t$	$\frac{2R\sqrt{2}}{\pi}\Delta\lambda\cos t$	$2t+\sin 2t=\pi\sin\varphi$
 Ginzburg 5	Tablo değerleri olarak tanımlıdır. (Capek, 2001b; Ginzburg 1952; Ipbuker ve diğ., 2003)		
 Merkator	$R\ln\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})$	$R\Delta\lambda$	
 Sinüzoidal	$R\varphi$	$R\Delta\lambda\cos\varphi$	

2. KÜRE ÜZERİNDE ALAN HESABI

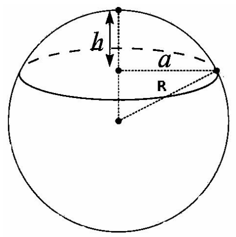
Alan koruyan projeksiyonların eşitliklerinin çıkartılmasında, alan deformasyonu ile ilgili çeşitli problemlerin çözümünde küre kapağı, kuşak ve küre üzerindeki paralel daire ve meridyenlerle sınırlanan trapez (coğrafi grid) gibi yüzeylerin alanlarının hesaplanması gereklidir.

Kürenin alanı

$$F = 4\pi R^2 \tag{2.1}$$

olarak bilinmektedir.

Küre kapağının alanı, h, küre kapağının yüksekliğini, R küre yarıçapını (R=6370km) göstermek üzere



Şekil 2: Küre kapağının alanı.

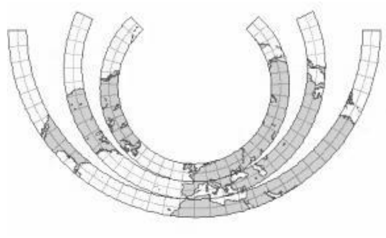
aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır:

$$F = 2\pi Rh \tag{2.2}$$

(2.2) bağıntısı enleme bağlı olarak da yazılabilir:

$$F = 2\pi R^2(1 - \sin\phi) \tag{2.3}$$

Küre kuşağı ise yine (2.2) bağıntısından bu kez h kuşak yüksekliği alınarak hesaplanır.



Şekil 3: Küre kuşağının alanı.

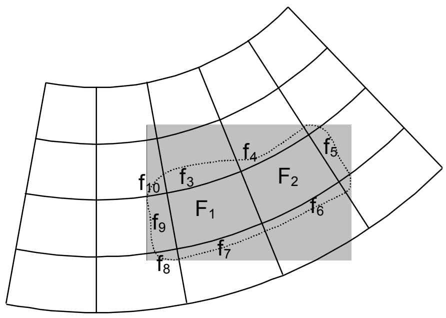
Enleme bağlı olarak küre kuşağı eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$F = 2\pi R^2 (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \tag{2.4}$$

Küre üzerinde düzgün olamayan kapalı bölgelerin alanlarının bulunması için iki yöntem izlenebilir. Kapalı bölgenin yer aldığı haritanın projeksiyon bilgileri biliniyorsa, bölge alan koruyan bir projeksiyona dönüştürülür. Alan koruyan projeksiyonlarda projeksiyon düzleminde bulunacak alan küre üzerindeki alana eşittir. Bu yöntem ilgilenilen bölgenin sayısal verileri mevcutsa kolaylıkla uygulanabilir. Projeksiyon parametreleri kesin olarak bilinmeyen, sayısal verileri olmayan bir bölgenin küre üzerindeki alanı ise yaklaşık olarak bulunabilir. Bu amaçla bölge coğrafi ağa göre parçalara ayrılır (Şekil 3). Şekilde büyük F ile isimlendirilmiş parçalar coğrafi grid ile tam çakışan, küçük f ile isimlendirilmiş parçalar ise coğrafi grid ile kısmen çakışan parçalardır. Coğrafi grid ile tam çakışan alanlar (1.4.1) bağıntısı ile hesaplanabilir. Diğer parçalar için grid alanı (F_i) ve bölgenin ilgili parçasının alanı (f_i) düzlemde (planimetre kullanarak) bulunur. Gridin küre üzerindeki alanı (F_i) ise yine (1.4.1) bağıntısı ile bulunur. Küre üzerindeki kısmi alan (fi) ise doğru orantı ile bulunur:

$$f_i = \frac{F_i}{F_i'} f_i' \tag{2.5}$$

Bu yolla hesaplanan tüm parçalar toplanarak şeklin, küre üzerindeki tüm alanı yaklaşık olarak bulunabilir (Uçar v.d., 2004).



Şekil 4: Şekli düzgün olmayan bölgelerin küre üzerinde alanının bulunması.

Genel ve kesin çözüm olarak , küre üzerinde düzgün ve düzgün olmayan kapalı şekillerin coğrafi koordinatlarla alan hesabı aşağıdaki eşitlikler ile hesaplanabilir (Chamberlain ve Duquette, 2007);

$$\sin^2 \frac{d}{2} = \sin^2 \frac{\varphi_{i+1}}{2} + \cos\varphi_i \cdot \cos\varphi_{i+1} \cdot \sin^2 \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_i}{2} \tag{2.6}$$

$$S = \frac{d}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_i + \varphi_{i+1}}{2} \tag{2.7}$$

Haversine Formülü;

$Pi(\varphi_i, \lambda_i)$ $i = 1, \ldots, n$ noktaların arasında kalan alandır.

$$D = \tan\frac{s}{2} \cdot \tan\frac{s-d}{2} \cdot \tan\frac{s - (\frac{\pi}{2} + \varphi_i)}{2} \cdot \tan\frac{s - (\frac{\pi}{2} + \varphi_{i+1})}{2} \tag{2.8}$$

$$E = 4.\arctan\sqrt{D} \tag{2.9}$$

$$F = \sum_{i=1}^{n} A_i, \quad A_i = E.R^2 \tag{2.10}$$

3. UYGULAMA

Seçilen 10 farklı projeksiyon 10ar derecelik enlem kuşaklarına ayrılmıştır. Projeksiyon koordinat ağlarındaki simetri dikkate alınarak sadece kuzey yarımküre için hesap yapılmıştır. Kuşakların küre üzerindeki alanları farklı yollardan hesaplanmıştır. Coğrafi koordinatları yardımıyla hem 2.3 eşiliğinden hem de 2.6-2.10 eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır. Kuşak alanları alan koruyan Hammer projeksiyon koordinatları kullanılarak hesaplanmış ve küresel eşitliklerden bulunan alan değerleri ile karşılaştırılmıştır. Projeksiyon düzlemi üzerindeki kuşak alanları herbir örnek için bulunmuştur. Ayrıca herbir projeksiyon için harita resim alanı da hesaplanmıştır. Harita resim alanı, ilgili projeksiyonda sınır meridyenleri ve kutup çizgisi/noktası arasında kalan alandır.

Kuşak alanları harita resim alanına oranı ve küre üzerindeki karşılıklarından farkı Tablo-2 ve Tablo-3 de ayrı ayrı sunulmuştur. Bu değerler aynı zamanda ekvatordan kutuplara doğru yükselen enlemlerdeki alan bozulmalarını ifade eder. Bu oran ve farklardan hesaplanacak bir standart sapma Capek'in alan kriterine benzer ancak daha basit formda bir deformasyon ölçütü olarak kullanılabilir.

z_i : 10 ar derecelik kuşakların projeksiyon düzlemindeki alanı

Z_i : 10 ar derecelik kuşakların küre üzerindeki alanı

f_i : ilgili projeksiyondaki harita resim alanı

R : referans küre yarıçapı (6370 km)

F : kürenin alanı

n :enlem kuşağı sayısı (10ar derece aralık için n=9)

Tablo 2: Kuşak alanının harita resim alanına oranı.

Kuşak Derecesi	Eckert 3	Wagner	Ginzburg 5	Kavraski	Winkel	Robinson	Putnins	Hammer	Eckert 4	Sinüzoidal	Mollweide	Merkator
0 - 10	0,0622	0,0649	0,0649	0,0649	0,0722	0,0709	0,0781	0,0868	0,0868	0,0868	0,0869	0,0023
10 - 20	0,0619	0,0643	0,0643	0,0643	0,0709	0,0703	0,0767	0,0842	0,0842	0,0842	0,0842	0,0024
20 - 30	0,0611	0,0631	0,0631	0,0631	0,0684	0,0691	0,0737	0,0790	0,0790	0,0790	0,0790	0,0026
30 - 40	0,0598	0,0612	0,0612	0,0612	0,0646	0,0668	0,0691	0,0714	0,0714	0,0714	0,0714	0,0029
40 - 50	0,0581	0,0586	0,0586	0,0586	0,0597	0,0625	0,0628	0,0616	0,0616	0,0616	0,0617	0,0033
50 - 60	0,0558	0,0551	0,0551	0,0551	0,0533	0,0559	0,0545	0,0500	0,0500	0,0500	0,0500	0,0041
60 - 70	0,0527	0,0507	0,0507	0,0507	0,0459	0,0474	0,0438	0,0368	0,0368	0,0368	0,0368	0,0056
70 - 80	0,0483	0,0449	0,0449	0,0449	0,0372	0,0370	0,0299	0,0226	0,0225	0,0225	0,0225	0,0094
80- 90	0,0402	0,0372	0,0372	0,0372	0,0278	0,0201	0,0114	0,0076	0,0076	0,0076	0,0073	0,4674
Kontrol	0,5001	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,4698	0,4999	0,4999	0,4998	0,5000

$\mathbf{k_i = \frac{z_i}{f_i} - \frac{Z_i}{F}}$ kuşak alanı oranlarının farkını göstermek üzere; hesaplanan k_i değerlerininden bir farklar ortalaması alınmış ve her farkın ortalamadan farkı görünen hata (v) olarak düşünülmüştür. Görünen hatalardan karasel ortalama hesabı;

$$\mathbf{M} = \frac{\sqrt{\sum(\mathbf{vv})}}{\mathbf{n-1}} \qquad (3.1)$$

Pratik anlamda herhangi bir projeksiyon örneği için hesaplanacak bu hatanın küçük olması, alan deformasyonunun diğer örneklerden daha az olduğunu ifade eder.

Projeksiyon düzlemindeki kuşak alanlarının küre üzerindeki karşılıklarından farkı Tablo-3 de toplu olarak sunulmaktadır. Uygulamada ele alınan projeksiyon örnekleri arasında Alan koruyan Mollweide, Sinüzoidal ve Eckert-4 projeksiyonları Tablo-3 de gösterilmemişlerdir.

Tablo 3: Projeksiyon düzlemindeki kuşak alanının küre üzerindeki kuşak alanından farkı

Enlem kuşağı	Putnins	Robinson	Wagner	Kavraski	Ginzburg 5	Eckert 3	Merkator
0 - 10	-0,0087	-0,0159	-0,0219	-0,0219	-0,0219	-0,0246	-0,0845
10 - 20	-0,0075	-0,0139	-0,0199	-0,0199	-0,0199	-0,0223	-0,0818
20 - 30	-0,0053	-0,0099	-0,0159	-0,0159	-0,0159	-0,0179	-0,0764
30 - 40	-0,0023	-0,0046	-0,0102	-0,0102	-0,0102	-0,0116	-0,0685
40 - 50	0,0012	0,0009	-0,0031	-0,0031	-0,0031	-0,0035	-0,0583
50 - 60	0,0045	0,0059	0,0051	0,0051	0,0051	0,0058	-0,0459
60 - 70	0,0069	0,0106	0,0138	0,0138	0,0138	0,0158	-0,0312
70 - 80	0,0074	0,0144	0,0224	0,0224	0,0224	0,0257	-0,0132
80- 90	0,0038	0,0125	0,0297	0,0297	0,0297	0,0326	0,4598
std	-0,0052	0,0116	0,0188	0,0188	0,0188	0,0212	0,1741

Tablo 4: Harita resim alanının kürenin alanına oranı

Robinson	Eckert 4	Putnins	Winkel	Wagner	Kavraski	Eckert 3	Mollweide	Ginzburg 5	Merkator	Sinüzoidal
1,0799	1,0000	1,0493	1,0935	1,1551	1,1551	1,1795	0,9993	1,1551	28,9857	1.0000

Tablo-4'de alan korumaları nedeniyle Eckert-4 Mollweide sinüzoidal projeksiyonlara ait oranların 1.000 olduğu görülmektedir.

3. SONUÇ VE ÖNERİLER

Küçük ölçekli CBS uygulamalarında kullanılacak tematik harita altlıkları için bu çalışmada incelenen ve alan değerlerini çok fazla deformasyona uğratmayan örneklerin ortak özelliklerinden yola çıkarak aşağıda sıralanan global kabuller birer tercih ve değerlendirme ölçütü olarak önerilebilirler (Francula 1971,Bugayevski ve Snyder1995, Canters ve DeClair 1989) :

- Orta meridyenin ve ekvatorun doğru parçaları şeklinde gösterildiği,
- Meridyenlerin orta meridyene doğru konkav karmaşık eğriler şeklinde gösterildiği,
- Meridyenlerin ara uzaklıklarının birbirine eşit olduğu,
- Paralel dairelerin ara uzaklıklarının kutuplara yaklaştıkça azaldığı,
- Paralel dairelerin kutuplara doğru konkav karmaşık eğriler şeklinde gösterildiği,
- Kutupların çizgi şeklinde gösterildiği, hatta bu çizginin doğrusal değil de eğri parçası şeklinde gösterildiği,
- Orta meridyen uzunluğunun ekvatora oranının %50-60 arasında kaldığı,
- Kutup çizgisinin uzunluğunun ekvatora oranının %30-50 arasında kaldığı,
- Kutup çizgisinin uzunluğunun orta meridyene oranının %60-70 arasında kaldığı,

kartografik projeksiyonlar tematik Dünya haritaları için deformasyonlar bakımından optimal uygun projeksiyonlardır.

KAYNAKLAR

Bugayevski, L., Snyder, J.P., 1995. Map Projections: A Reference Manual. Taylor and Francis, London, England, 328 p.

Canters,F., H.DeClair, 1989. The World in Perspective: A Directory of World Map Projections, Chichester, England, John Wiley and Sons.

Capek, R., 2001a. Which is the Best Projection for the World Map, Proceedings of the 20th International Cartographic Conference, Vol:5, pp.3084-3093, Beijing, China.

Capek, R., 2001b. Hodnoceni zobrazeni pro mapu sveta (The assessment of projections for the World Map), Monographie, Univerzity Karlovy, Praha, 2001b, 101 p.

Francula, N., 1971. Die Vorteilhaftesten Abbildungen in der Atlaskartographie, Dissertation, Rheinischen Friedrich-Wlhelms Universitaet, Bonn.

Ginzburg, G.A., 1952. Matematiceskoje obosnovanie kart komplexnych mirovyh geograficeskich atlasov, (Karışık dünya atlaslarındaki coğrafya haritalarının matematik prensipleri) Trudy CNIIGAiK, Vol:91, Moskva, (Rusça)

Ginzburg, G.A., 1957. Salmanova, T.D. Atlas dlja vybora kartograficeskich projekcij, (Kartografik projeksiyonların seçimi için atlas) Trudy CNIIGAiK, Vol:110, Geodezizdat Moskva, 239pp. (Rusça)

İpbüker, C., Yanalak, M., Özşamlı, C. 2003, Winkel Tripel'e Alternatif Olarak Ginzburg V Projeksiyonu, HKM Jeodezi Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi Sayı 2003/89, Temmuz 2003, s.19-28

R.G.Chamberlain and W.H.Duquette, 2007. Some Algorithms for Polygons on a Sphere, Association of American Geographers Annual Meeting, San Francisco, California, 17-21 April.

Snyder,J.P., P.M.Voxland, 1989. An Album of Map Projections, U.S. Geological Survey Professional Paper 1453, Washington, Government Printing Office.

Uçar. D., İpbüker, C., 1998. Kartografik Projeksiyonlarda Deformasyon Elipslerinin Grafik Görselleştirilmesi, Harita Dergisi, Sayı:119, s.30-44.

Uçar,D., İpbüker,C. Bildirici,İ.O., 2004. Matematiksel Kartografya *Harita Projeksiyonları, Teorisi ve Uygulamaları* ATLAS Yayın Dağıtım, İstanbul, 2004, ISBN 975-6574-34-8