

S. UZUN<sup>1</sup>, H. KONAK<sup>2</sup>, A. DİLAVER<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Trabzon, [suzun@ktu.edu.tr](mailto:suzun@ktu.edu.tr)

<sup>2</sup>Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, Kocaeli, [hkonak@kou.edu.tr](mailto:hkonak@kou.edu.tr)

<sup>3</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Trabzon, [dilaver@ktu.edu.tr](mailto:dilaver@ktu.edu.tr)

## ÖZET

Günümüzde gelişmekte olan teknolojik koşullara uygun olarak ,mevcut haritalardan sayısal bilgi üretmede veya bilgi sistemlerini oluşturma gibi birçok jeodezik faaliyetin yerine getirilmesinde sayısallaştırma her geçen gün önemini bir derece daha arttırmaktadır. Bununla birlikte sayısallaştırma işlemleri yapılırken bilgi kaynağını oluşturan altlıklara ,en uygun hangi dönüşüm modeli kullanılarak problemin çözümleneceği sorunu ile sıkça karşılaşmaktadır.Ayrıca sayısallaştırma işleminin yapıldığı esnada, operatör,sayısallaştırıcı ve altlıklarda oluşan deformasyonlar bu yolla elde edilecek verileri olumsuz yönde etkilemektedir.Hatta, altlıklarda veri üretiminde oluşan kaba ve sistematik türden hatalar dönüşüm sonucunda elde edilen bilgilerin güvenilirliğini azaltmakta, belki de gereksiz yere seçilen modelin genişletilmesine neden olmaktadır. Altlıklardan veri üretiminde her zaman karşılaşma olasılığı olan bu dönüşüm modellerinin matematik istatistik yasalarına uygunluğu, istatistik hipotez testleri,Robust veya diğer mantıksal yaklaşımlarla irdelenmelidir.

Bu çalışmada; sayısallaştırma sonucunda, elde edilen veriler çeşitli dönüşüm modellerinin uygulanması ile yeni üretilmiş verilere dönüştürülüp,uyuşumsuz veriler yönünden irdelenerek uygun dönüşüm modelinin belirlenmesi ele alınmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Koordinat Dönüşümü, Uyuşumsuz Ölçüler Testi, Robust Kestirim Yöntemi

## ABSTRACT

### DİGİTİZİNG MODELS AND THE REABILITY OF DİGİTİZED MAP İNFORMATION

Nowadays, in accordance with advancing technological conditions, in fulfilling various geodetic activities such as forming of information systems or in producing digitizing information from existing maps, digitizing has been increasing its importance day after day.Besides this,While the processes of digitizing is being done,the question of solving the problem to which the most appropriate transformation model can be applied to the maps,forming the source of information,has been faced frequently.Furthermore,while the process of digitizing is being done,operator,digitizing and deformations in maps have affected the data obtained this way adversely. Even more,the gross and sistematic errors formed in producing data in maps have curtailed the reability of information obtained the result of transformation and ,maybe ,caused the choosen model to extend needlessly.These transformation models, having the ability to be faced in production of data from the maps should be examined in respect of mathematic statistic laws by using statistic hypothesis testings and Robust or other logical approaches.

In this study converting from datas obtained the result of digitizing to new produced datas with various transformation models,by examining in terms of outlier datas, determining of appropriate transformation models has been dealt with.

**Key words:** Coordinate transformation, Outliers Testing, Robust Estimation Method

## 1. GİRİŞ

Harita ve planların sayısal yöntemlerle güncel duruma getirilmesi, sayısal kadastro uygulamaları ve bilgi sistemlerinin oluşturulmasında dönüşüm problemi ile güncel bir sorun olarak sıkça karşılaşılır. Sayısallaştırma işlemlerinde; eldeki mevcut altlığa uygun olarak pek çok dönüşüm modeli kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları; Benzerlik dönüşümü, Afin dönüşümü, Projektif dönüşüm, 2. Derece konform dönüşüm ve Polinomsal dönüşümler şeklinde sıralanabilir. Günümüzde, bunlardan daha çok uygulama alanı bulan, benzerlik ve afin dönüşümü modelleri ele alınarak, her birinin duyarlık ve güvenilirlikleri ayrıca irdelenmiştir.

### 2.1. Benzerlik Dönüşümü

Bir dönüşüm geometrik şekilleri ve biçimlerini koruyor ise; buna benzerlik dönüşümü denmektedir (Yaşayan 1978). Dönüşümün özellikleri gereği; düzgün geometrik şekillerin kenarları aynı oranda küçülür ya da büyür. Buna karşılık açıların mutlak değerleri değişmez kalır. Yani; konform özellikte olur. Neticede, dönüştürülmüş şekiller;

dönüşümden sonra da esas şekle benzer kalır. Bu nedenle; veri kümeleri arasındaki benzerlik dönüşümünü gerçekleştiren dönüşüm matrisi; ortogonal özellikte bir matris olmaktadır. İki boyutlu bir benzerlik dönüşümünde, böyle bir matrisin tanımlı olabilmesi için; 1 ölçek, 1 dönüklük ve 2 öteleme olmak üzere toplam 4 bağımsız parametreye ihtiyaç vardır. Matematik olarak, durum böyle tanımlanmış olsa bile, çoğu uygulamalarda, bu parametreler doğrudan bilinemez. Bunların yerine, her iki sistemde konumları bilinen ortak noktaların koordinat değerleri bilinir. Bir problem için ortak noktaların iki adet olması halinde; bunlardan dönüşüm parametreleri tek anlamlı belirlenebilir. İki den fazla ortak nokta olması durumunda dönüşüm parametreleri; ortak nokta değerleri belli bir amaç fonksiyonuna göre tahmin edilerek hesaplanır. Günümüzde, böyle bir amaç için en yaygın kullanılan kestirim yöntemi; En Küçük Kareler tahmin yöntemi olmaktadır (Turgut ve İnal 2003). Genel olarak, bir dönüşüm modelinde; En küçük kareler yöntemine göre çözüm için, gözlemler olarak ele alınan noktaların eski koordinatları ile bilinmeyen seçilen yeni koordinatları arasında kurulan matematik ilişkilerden faydalanılır. Bu özellikte kurulacak matematik ilişkilerin doğrusallaştırılması sonucunda elde edilen düzeltme denklemleri;

$$\underline{v} = \underline{A} \underline{x} - \underline{l} \quad (1)$$

olarak kurulur. Buradan; gözlemler eşit duyarlıkta ve korelasyonsuz olduklarından dolayı;  $P = Q_{ll}^{-1} = I$  alınarak,  $\underline{v}^T P \underline{v} \S$  min. ilkesine göre çözüm,

$$\underline{A}^T \underline{A} = \begin{bmatrix} [x^2 + y^2] & 0 & [x] & [y] \\ 0 & [x^2 + y^2] & -[y] & [x] \\ [x] & -[y] & n & 0 \\ [y] & [x] & 0 & n \end{bmatrix}; \underline{A}^T \underline{l} = \begin{bmatrix} [xx' + yy'] \\ [xy' - yx'] \\ [x'] \\ [y'] \end{bmatrix} \text{ ve } \underline{x} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

olmak üzere,

$$\underline{x} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{l} \quad (3)$$

olarak elde edilir. Buradan yapılan çözüm sonucunda;  $a, b, x_0, y_0$  dönüşüm parametreleri elde edilmiş olur.

Uygulamada; daha basit çözümler için koordinat sisteminin orijini ağırlık merkezine taşınır. Bu amaçla;  $n$  tüm ortak noktaların sayısını göstermek üzere, ortak noktalardan oluşan kümenin ağırlık merkezlerinin koordinatları,

$$x'_m = \frac{[x']}{n}, y'_m = \frac{[y']}{n} \text{ ve } x_m = \frac{[x]}{n}, y_m = \frac{[y]}{n} \quad (4)$$

şeklinde hesaplanır. Bütün koordinatlar; bu değerlere göre,

$$\bar{x}'_i = x'_i - x'_m; \bar{y}'_i = y'_i - y'_m \text{ ve } \bar{x}_i = x_i - x_m; \bar{y}_i = y_i - y_m \quad (5)$$

ötelenerek,

$$[\bar{x}_i] = [\bar{y}_i] = [\bar{x}] = [\bar{y}] = 0 \quad (6)$$

özelliklerini sağlayacak şekilde elde edilmiş olur. Buradan yapılacak çözümden, ötelenmiş koordinat değerlerine göre  $a, b$  dönüklük parametreleri,

$$a = \frac{[\bar{x}\bar{x}'] + [\bar{y}\bar{y}']}{[\bar{x}^2] + [\bar{y}^2]}; b = \frac{[\bar{x}\bar{y}'] - [\bar{y}\bar{x}']}{[\bar{x}^2] + [\bar{y}^2]} \quad (7)$$

olarak bulunur. Bu şekilde yapılacak bir çözümde; fazla sayıda dönüştürülecek nokta varsa, bu noktaları öteleme işlemine tabi tutmak hem fazla zaman almakta hem de duyarlık incelemeleri yönünden bazı zorluklar içermektedir.

Bu nedenle,  $a$  ve  $b$  dönüklük parametreleri ötelenmiş koordinat değerlerinden hesaplandıktan sonra,  $x_0$  ve  $y_0$  öteleme parametreleri doğrudan doğruya ilk dönüşüm formüllerinden,

$$x_0 = \frac{[x'] - a[x] + b[y]}{n} \quad ; \quad y_0 = \frac{[y'] - a[y] - b[x]}{n} \quad (8)$$

olarak hesaplanır. Yapılan hesaplamalar sonucunda; bir ölçünün ortalama hatası, ya da dönüşüm problemindeki anlamı ile bir koordinatın ortalama hatası,

$$m_0 = \pm \left\{ \frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{2n - 4} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(9)

olarak hesaplanır (Yaşayan 1978).

## 2.2. Afin Dönüşümü

Bu dönüşümde koordinat eksenleri yönündeki ölççekler aynı değildir. Uzunluklar yöne bağımlı olarak değişmektedir. Belirli bir yönde ölççek değişmez kalır, ancak açılar dönüşümden sonra değişmektedir. Bu değişim, aynı zamanda, açığı belirleyen doğrultuların yönüne de bağımlı olmaktadır. Sonuçta; afin dönüşümü, açı koruyan bir dönüşüm değildir. Herhangi bir doğru dönüşümden sonra yine bir doğru ve paralel doğrular da dönüşümden sonra paralel olmaktadır. Buna karşılık, alanlar dönüşümden sonra bir miktar değişmektedir (Turgut ve İnal 2003).

Afin dönüşümünde; benzerlik dönüşümünün aksine, x ve y eksenleri yönünde; 2 ölççek faktörü, 2 öteleme ve 2 dönüklük olmak üzere toplam 6 parametre bulunmaktadır. Bunların tek anlamlı çözümü için, her iki sistemde de koordinatları bilinen en az üç noktaya ihtiyaç vardır. Nokta sayısının tek anlamlı çözümü için gerekli olandan daha fazla sayıda olduğu durumlarda, benzerlik dönüşümünde olduğu gibi En küçük kareler çözümü yapılarak bilinmeyen parametrelerin değerleri hesaplanır. Bu amaçla, benzerlik dönüşümündekine benzer şekilde kurulan matematik modellerden, normal denklemlerin En küçük kareler yöntemi ilkesine göre katsayıları, ötelenmemiş koordinat değerleri için,

$$A^T A = \begin{bmatrix} [x^2] & [xy] & [x] & 0 & 0 & 0 \\ [xy] & [y^2] & [y] & 0 & 0 & 0 \\ [x] & [y] & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [x^2] & [xy] & [x] \\ 0 & 0 & 0 & [xy] & [y^2] & [y] \\ 0 & 0 & 0 & [x] & [y] & n \end{bmatrix} \quad ; \quad A^T l = \begin{bmatrix} [xx'] \\ [yx'] \\ [x'] \\ [xy'] \\ [yy'] \\ [y'] \end{bmatrix} \quad (10)$$

ve ötelenmiş koordinat değerleri için,

$$A^T A = \begin{bmatrix} [\bar{x}^2] & [\bar{x}\bar{y}] & 0 & 0 \\ [\bar{x}\bar{y}] & [\bar{y}^2] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [\bar{x}^2] & [\bar{x}\bar{y}] \\ 0 & 0 & [\bar{x}\bar{y}] & [\bar{y}^2] \end{bmatrix} \quad ; \quad A^T l = \begin{bmatrix} [\bar{x}\bar{x}'] \\ [\bar{y}\bar{x}'] \\ [\bar{x}\bar{y}'] \\ [\bar{y}\bar{y}'] \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ x_0 \\ d \\ e \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

şeklinde tanımlanarak, yapılan çözümden, afin dönüşüm parametreleri,

$$a = \frac{[\bar{x}\bar{x}'] \cdot [\bar{y}\bar{y}] - [\bar{y}\bar{x}'] \cdot [\bar{x}\bar{y}']}{[\bar{x}\bar{x}] \cdot [\bar{y}\bar{y}] - [\bar{x}\bar{y}] \cdot [\bar{x}\bar{y}]} \quad ; \quad b = -\frac{[\bar{x}\bar{x}'] \cdot [\bar{x}\bar{y}] + [\bar{y}\bar{x}'] \cdot [\bar{x}\bar{x}']}{[\bar{x}\bar{x}] \cdot [\bar{y}\bar{y}] - [\bar{x}\bar{y}] \cdot [\bar{x}\bar{y}]} \quad (12)$$

)

$$d = \frac{[\bar{x}\bar{y}'] \cdot [\bar{y}\bar{y}] - [\bar{y}\bar{y}'] \cdot [\bar{x}\bar{y}]}{[\bar{x}\bar{x}] \cdot [\bar{y}\bar{y}] - [\bar{x}\bar{y}] \cdot [\bar{x}\bar{y}]} \quad ; \quad e = -\frac{[\bar{x}\bar{y}'] \cdot [\bar{x}\bar{y}] + [\bar{y}\bar{y}'] \cdot [\bar{x}\bar{x}]}{[\bar{x}\bar{x}] \cdot [\bar{y}\bar{y}] - [\bar{x}\bar{y}] \cdot [\bar{x}\bar{y}]}$$

olarak hesaplanır. Öteleme parametreleri de; benzerlik dönüşümünde olduğu gibi ilk koordinat değerlerini kullanarak elde edilen dönüşüm formüllerinden,

$$x_0 = \frac{[\bar{x}'] - a[x] - b[y]}{n} \quad ; \quad y_0 = \frac{[\bar{y}'] - d[x] - e[y]}{n} \quad (13)$$

olarak hesaplanır. Afin dönüşümünde bir koordinatın karesel ortalama hatası da;

$$m_0 = \pm \left\{ \frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{2n - 6} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(14)

olarak elde edilir (Yaşayan 1978).

### 3. Uyuşumsuz Noktaların Belirlenmesi

Matematik istatistikte; gözlemlere dayalı ilk deneysel veriler doğaları gereği, normal dağılımda oldukları kabul edilir. Hiçbir kaba ve sistematik hata içermezler. Buna karşın rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükte olan kaba ve değişken düzenli hatalar kolaylıkla fark edilemedikleri gibi dengeleme sonucunda kestirilen büyüklükleri de olumsuz yönde etkilerler. Bundan dolayı, bu hatalar dengeleme işlemi tamamlandıktan sonra uyuşumsuz ölçüler testi ile belirlenerek ölçülerden ayıklanırlar (Güllü, Yılmaz ve Erdoğan 2003). Bu gibi ayıklama işlemlerinde, uyuşumsuz verilerin fazla olması durumunda, problemde bir şekil defekti oluşabilir. Bu nedenle, dağılıma uymayan veriler ayıklanmaz, yinelenir. Bu amaçla; uyuşumsuz gözlemlerin belirlenmesinde, günümüze değin, farklı yaklaşımlar kullanılmaktadır.

#### 3.1. Geleneksel Uyuşumsuz Ölçü Belirleme Yöntemleri

Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesinde, geleneksel çözüm yöntemleri olarak; üç farklı yaklaşım kullanılmaktadır. Bunlar; Baarda (*Data-snooping*), Tau ve Student testleri olarak bilinmektedir. Uyuşumsuz gözlemler için,

$$\begin{aligned} H_0 : E\{v\} &= 0 \\ H_s : E\{v\} &\neq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

şeklinde kurulan bir hipotezde, normlandırılmış dağılım için, rasgele değişken değerleri yani; test büyüklükleri, (Tablo 1) 'deki gibi hesaplanırlar.

Baarda(Data-Snooping) hipotez testi	Poppe' ye göre hipotez testi	t- Dağılımına göre hipotez testi
$W_{i,B} = \frac{ v_i }{s_{v_i}} = \frac{ v_i }{\sigma_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \rightarrow N(0,1)$	$\tau_{i,p} = \frac{ v_i }{m_{v_i}} = \frac{ v_i }{m_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \rightarrow \tau_f$	$T_{i,t} = \frac{ v_i }{m_{v_i}} = \frac{ v_i }{s_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \rightarrow t_{f-1}$

Tablo 1: Test Büyüklükleri ve Dağılımları

Burada test değerleri;  $f = n - u$  serbestlik derecesi ve önceden seçilen bir  $\alpha = 1 - S$  yanılma olasılığına göre ilgili dağılım tablolarından alınan değerle karşılaştırılarak irdelenir. Sıfır hipotezinin geçersiz olduğu durumlarda,  $\alpha = 1 - S$  yanılma olasılığına göre gözlemler uyuşumsuzdur denir. Aksi halde, uyumlu olduklarına karar verilir. Burada, Baarda (*Data-Snooping*) testi için tablo sınır değeri olarak  $N(0,1)$  normal dağılım tablosundan alınan değerler kullanılmaktadır. Poppe' ye göre hipotez testi için ise, (Tablo 2) 'deki *tau*-dağılım fonksiyonlarından hesaplanan tablo değerleri kullanılır.

Genel durumda	$Q_{v_x v_x} = Q_{v_y v_y}$ olması durumunda
$t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{f F_{(1,f-1,1-\alpha)}}{f - 1 + F_{(1,f-1,1-\alpha)}}}$	$\sqrt{\left(n - \frac{u}{m}\right) \left[ \left(1 - \frac{\alpha}{n}\right)^{\left[1 - \frac{u+m}{m}\right]} \right]}$

Burada;  $\alpha$ : yanılma olasılığı,  $n$ : dönüşüme giren nokta sayısı,  $u$ : dönüşümde hesaplanan bilinmeyen sayısı ve  $m$ : dönüşümün boyutunu göstermektedir.

**Tablo 2** : Tau-Dağılımı

$t$  hipotez testinde ise; doğrudan  $t$ -dağılımı veya tablo değerleri kullanılır (Konak 1994).

### 3.2. Robust Kestirim Yöntemleri

Bir uyumsuz ölçü, kırılma noktasının küçük olması nedeniyle, En küçük kareler yöntemine göre yapılan çözümlerde tüm sonuçları olumsuz yönde etkilemektedir. Bu nedenle, En küçük kareler çözümüne dayalı geleneksel test yöntemleri, veri kümesindeki iki veya daha fazla uyumsuz ölçüyü güvenli bir şekilde belirleyememektedir. Bunun üzerine, *Huber*(1964) parametre kestiriminde kullanılan bir başka yaklaşım olan; Maximum likelihood kestiricisinin genelleştiricisi olan M-kestiricisini ortaya atmıştır. Buna göre; amaç fonksiyonu olarak,

$$M = \sum_{i=1}^n \rho(v_i) = \min \quad (16)$$

seçilerek, buradan

$$\frac{\partial M}{\partial x_j} = \sum \frac{\partial \rho(v_i)}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^n \psi(v_i) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^n \psi(v_i) a_{ij} \quad (17)$$

matris biçiminde yazılırsa  $A^T \psi(v) = 0$  ve parantez içi  $v = Ax - l$  olduğu dikkate alınarak, gerekli işlemlerin neticesinde,  $W = W(v) = \psi(v)/v$  elde edilen ağırlık bağıntısından faydalanarak, En küçük kareler yöntemindekine benzer şekilde,  $A^T W v = A^T W (Ax - l) = 0$  normal eşitlikler bulunur. Bu eşitliğin çözümünden, bilinmeyenler vektörü,

$$x = (A^T W A)^{-1} A^T W l$$

(18)

olarak elde edilir (Hekimoğlu 1997). Bu denklemden bilinmeyenler;  $W(v)$  ağırlık fonksiyonundaki düzeltmeler bilinmediğinden doğrudan çözülemezler. Çözüm için, ilk adımda,  $W(v_0) = I$  alınarak iteratif olarak her adımda ağırlık parametresini değiştirerek istenen sonuca yaklaşılr. Bu şekildeki yaklaşım, Robust ağırlıklı çözümün esasını oluşturmaktadır. Her bir Robust çözümünde ağırlık parametresinin farklı fonksiyonlar kullanarak seçilmiş olmasına göre de, Robust çözümleri farklı yaklaşımlar sergilemektedir. Günümüze değin, ağırlık parametresi için, farklı fonksiyonlar tanımlanarak, bir çok Robust çözüm yaklaşımları mevcuttur. Burada; Krarup tarafından geliştirilen Danimarka yönteminin kullanılması öngörülmüştür. Bu yönteme göre ağırlık fonksiyonu,

$$W(v_i) = \begin{cases} \left( P_i e^{-\frac{|v|}{c}} \right) & ; |v| > c \text{ ise} \\ P_i & ; |v| \leq c \text{ ise} \end{cases}$$

(19)

olarak verilmektedir. Ancak, bu çözümde belirsizliği doğuracak en önemli bir nokta;  $c$  parametresinin nasıl seçilmesi gerektiğidir. Bunun için çeşitli yaklaşımlar kullanılsa bile; bu çalışmada, bir yaklaşım olarak  $t$ -student dağılımından faydalanarak ,

$$\frac{|v_i|}{m_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}}} \leq t_{f, 1-\alpha/2} \text{ olmak üzere } ; c = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ seçilerek ,}$$

(20)

$$c = m_0 \sqrt{Q_{v_i v_i}} t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$$

(21)

şeklinde tanımlanan sınır değeri kullanılmıştır (Konak ve Dilaver 1998).

## 4. İSTATİSTİK ANALİZLER

Bir çalışma ile ilgili sonuçların matematik istatistik yöntemlerle irdelenmesinde matematik istatistik yöntemler büyük önem taşır. Bu nedenle, dönüşüm modelinde, En küçük kareler ilkesine göre elde edilen kesin değerlerin, yani

parametrelerin uygun hipotez testleriyle irdelenmesi gerekir. Sonuçta, seçilen dönüşüm modelinin uygun olup olmadığı saptanır.

#### 4.1. Benzerlik Dönüşümünde Parametre Testleri

Benzerlik dönüşümünde; ölçek katsayısı değeri kestirilen  $k$  değerinin, ümit değeri  $k_0 = E\{k\} = 1$ ,  $\beta$  dönüklük parametresinin ümit değeri  $\beta_0 = E\{\beta\} = 0$  ve  $x_0, y_0$  öteleme parametrelerinin ümit değeri de  $E\{x_0\} = 0, E\{y_0\} = 0$ , olacağından, bu değerlere göre; (Tablo 3) 'deki gibi hipotez testleri ,

Hipotezler			
$H_0 : E\{k\} = 1$	$H_0 : E\{\beta\} = 0$	$H_0 : E\{x_0\} = 0$	$H_0 : E\{y_0\} = 0$
$H_s : E\{k\} \neq 1$	$H_s : E\{\beta\} \neq 0$	$H_s : E\{x_0\} \neq 0$	$H_s : E\{y_0\} \neq 0$

Tablo 3 : Sıfır Hipotezleri

şeklinde kurularak (Tablo 4) ' de görüldüğü gibi hesaplanan test büyüklükleri ile irdelenir.

Parametre Adı	Parametre Değerleri	Test Büyüklükleri	Genel Bilgiler
Ölçek	$k = \sqrt{a^2 + b^2}$	$t = \frac{k-1}{m_0} \sqrt{[\bar{x}^2 + \bar{y}^2]}$	$m_0 = \sqrt{\frac{v_x v_x + v_y v_y}{2n-4}}$ $Q_{dd} = Q_{cc} = \frac{[x]^2 + [y]^2}{n^2 [\bar{x} \bar{x} + \bar{y} \bar{y}]}$ $f = 2n - u$ : serbestlik derecesi $\bar{q} = t_{f, \frac{\alpha}{2}}$ : tablo değeri $\alpha$ : yanılma olasılığı
Dönüklük	$\beta = \arctan(b/a)$	$t = \frac{\beta}{m_0} \sqrt{[\bar{x}^2 + \bar{y}^2]}$	
x- yönünde öteleme	$x_0$	$t = \frac{ x_0 }{m_0 \sqrt{Q_{cc}}}$	
y- yönünde öteleme	$y_0$	$t = \frac{ y_0 }{m_0 \sqrt{Q_{dd}}}$	

Tablo 4 : Test Büyüklükleri

Sonuçta, test değerinin,  $t$ -tablo değerinden küçük olması halinde hipotez kabul, aksi halde red edilir.

#### 4.2. Afin Dönüşümünde Parametre Testleri

Afin dönüşümünde, benzerlik dönüşümüne göre daha genel bir dönüşüm modeli kullanılmaktadır. Dönüşüm formüllerinde  $a=e, b=-d$  olması durumunda afin dönüşümünün özel bir hali benzerlik dönüşümü olmaktadır. Bu iki koşul test edilerek fonksiyonel model denetlenebilir. Bu nedenle; dönüşüm modelindeki, ölçek ve dönüklük parametreleri ile ilgili; (Tablo 5) 'deki gibi hem afin hipotezleri, hem de özel afinlik hipotezleri için sıfır hipotezleri kurulur.

Afin hipotezi testi		Özel afinlik hipotez testi	
$H_0 : E\{a - e\} = 0$	$H_0 : E\{b + d\} = 0$	$H_0 : E\{k - q\} = 0$	$H_0 : E\{\beta_1 - \beta_2\} = 0$
$H_s : E\{a - e\} \neq 0$	$H_s : E\{b + d\} \neq 0$	$H_s : E\{k - q\} \neq 0$	$H_s : E\{\beta_1 - \beta_2\} \neq 0$

Tablo 5 : Afin ve Afinlik Sıfır Hipotezleri

Bunların her birine ilişkin test işlemleri, (Tablo 6) 'da görüldüğü gibi yapılır.

Parametre Adı	Parametre Değerleri	Test Büyüklükleri		Genel Bilgiler
		Afin hipotez testi	Özel afinlik hipotez testi	
Ölçek	$k = \sqrt{a^2 + d^2}$ $q = \sqrt{b^2 + e^2}$	$t = \frac{a-e}{m_f}$	$t = (k-q)/m_0 \sqrt{Q_{HH}}$	$m_0 = \sqrt{\frac{v_x v_x + v_y v_y}{2n-6}}$ $m_f = m_0 \sqrt{\frac{[\bar{x}^2] + [\bar{y}^2]}{[\bar{x}^2][\bar{y}^2] - [\bar{x}\bar{y}]^2}}$ $p = 1/[\bar{x}^2][\bar{y}^2] - [\bar{x}\bar{y}]^2$
Dönüklük	$\beta_1 = \arctan(d/a)$ $\beta_1 = \arctan(-b/e)$	$t = \frac{b+d}{m_f}$	$t = (\alpha - \beta)/m_0 \sqrt{Q_{GG}}$	

$$Q_{HH} = \left( kq \left( [\bar{x}^2] + [\bar{y}^2] + 2(ab + de)[\bar{x}\bar{y}] \right) \right) / kqp ; Q_{GG} = \left( k^2 q^2 \left( [\bar{x}^2] + [\bar{y}^2] + 2(ab + de)[\bar{x}\bar{y}] \right) \right) / k^2 q^2 p$$

$f=2n-u$ ; serbestlik derecesi;  $\bar{q} = t_{f, \frac{\alpha}{2}}$  : tablo değeri ; ve  $m_f = m_{F_1} = m_{F_1} = m_{F_2} = m_o \sqrt{Q_{FF}}$  ;  $\alpha$  yanılma olasılığı

Tablo 6 : Test Büyüklükleri

## 5. SAYISAL UYGULAMA

Uygulama alanı için 1/1000 ölçekli KTÜ kampüs paftası seçilerek, grid noktaları ve her bir grid dörtlüsünün köşegenlerinin kesişim noktaları masa üstü koordinatoğrafı ile sayısallaştırılmıştır. Bu işlemler toplam 124 adet noktada gerçekleştirilerek her bir nokta için bir çift koordinat değerleri elde edilmiştir. Noktalardan 70 tanesi grid noktası ve 54 tanesi de her bir grid dörtlüsünün kesişim noktalarını oluşturmaktadır. Buradan elde edilen pafta koordinatları grid koordinat sistemine dönüştürülmüştür. Dönüşümlerde, benzerlik ve afin dönüşüm yöntemleri uygulanmıştır. Her bir dönüşüm modeli için, dönüşüm parametreleri ve koordinat düzeltmeleri, neticede dönüştürülmüş kesin koordinat değerleri En küçük kareler ilkesine göre hesaplanmıştır. Yapılan dönüşüm hesaplamaları neticesinde; benzerlik ve afin dönüşümüne ilişkin parametreler, aşağıdaki (Tablo 7) 'de verildiği gibi

Benzerlik Dönüşümü		Afin Dönüşümü		
$m_0=0.437 m$		$m_0=0.401m.$		
$a=0.999583036$ $b=0.000126804$	$c=1965.18$ $d=-340.06$	$a=0.998514439$ $b=-0.000246627$	$c=6884.98$ $d=-0.000130191$	$e=1.00008339$ 5 $f=544.017$
$k=0.999583044$	$\beta =0.000126857$	$k=0.998514447$ $q=1.000083426$	$\beta_1 =-0.000130384$ $\beta_2 = 0.000246607$	

Tablo 7: Dönüşüm Parametreleri Değerleri

hesaplanmıştır. Bunlarla ilgili sıfır hipotez testi sonuçları,

- Benzerlik dönüşümü parametreleri için,**

Parametre Adı	Parametre Değerleri	Test Büyüklükleri	Yorum	Açıklamalar
Ölçek	$k=0.999583044$	$t=-3.55$	Geçersiz	$m_0=0.44$
Dönüklük	$\beta =0.000126857$	$t=1.08$	Geçerli	$f=2n-u : 244$
$x$ - yönünde öteleme	$x_0 = 1965.18$	$t=3.65$	Geçersiz	$Q_{dd} = Q_{cc} = 1521394.12$ $q = t_{f, 0.025} : 1.97$
$y$ - yönünde öteleme	$y_0 = -340.06$	$t=0.63$	Geçerli	

Tablo 8a: Benzerlik Dönüşümü Parametre Testi

- Afin dönüşümü parametreleri için de,**

Parametre Adı	Parametre Değerleri	Test Büyüklükleri	Yorum	Genel Bilgiler
<b>Afin hipotez testi</b>				
Ölçek	$k=0.998514447$ $q=1.000083426$	$t=-6.77$	Geçersiz	$m_0 = 0.40 m$ $m_f = 0.000232$ $f=2n-u : 242$
Dönüklük	$\beta^1 = -0.000130384$ $\beta^1 = 0.000246607$	$t=-1.63$	Geçerli	$\bar{q} = t_{f, \frac{\alpha}{2}} : 1.97$ $\alpha : 0.05$ $Q_{HH} = 0.000000346$ $Q_{GG} = 0.000000346$
<b>Özel afinlik hipotez testi</b>				
Ölçek	$k=0.998514447$ $q=1.000083426$	$t=-6.77$	Geçersiz	
Dönüklük	$\beta^1 = -0.000130384$ $\beta^1 = 0.000246607$	$t=-1.63$	Geçerli	

Tablo 8b: Afin ve Özel Afinlik Dönüşümü Parametre Testi

olarak ( Tablo 8) 'deki gibi elde edilmiştir.

Bütün noktaları dikkate alarak, her iki dönüşüm modeli için hesaplanan dönüşüm parametreleri kullanılarak noktaların pafta koordinat değerleri grid koordinat sistemine dönüştürülmüştür. Gerek benzerlik, gerekse afin dönüşümleri sonucunda her nokta için,

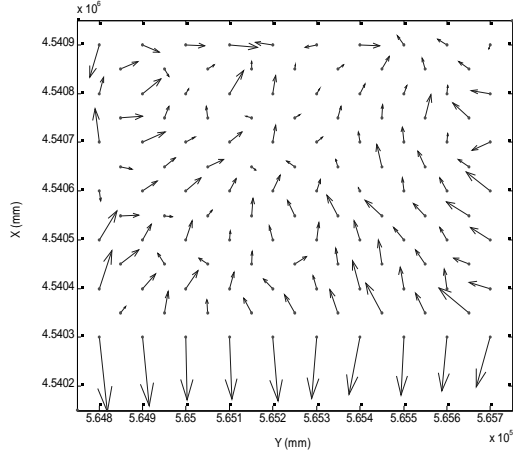
-  $v_x$  ve  $v_y$  koordinat düzeltmeleri,

$$-v_p = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ konum hata vektörü ve } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \text{ dönüklük açıları} \quad (22)$$

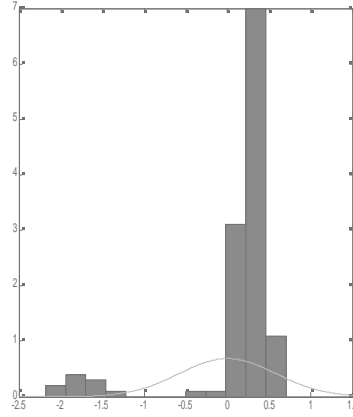
hesaplanmıştır. Bütün noktalar için hesaplanan bu değerlerin her iki dönüşüm modelindeki gerek geometrik gerekse istatistik(histogram) dağılımları,(Şekil 1a ve Şekil 1b)' de verilmiştir. Ayrıca, her bir dönüşümle ilgili düzeltmelerle, konum hata vektörlerine uyumsuz ölçüler testi uygulanarak, veri kümesindeki uyumsuz noktalar belirlenmiştir. Bu tür noktalara, yani uyumsuz verilere; paftanın alt ve sol kenar noktalarında rastlanmıştır. Diğer noktalar



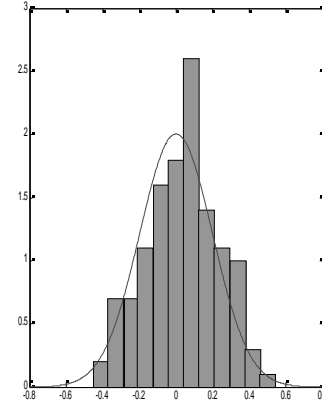
## Şekil 1: Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesinden Önceki Hataların Dağılımı



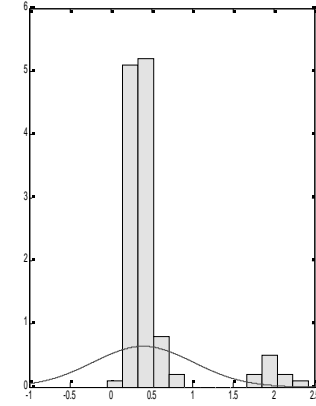
Şekil 1a : Benzerlik dönüşümü  $v_p$ -konum hatası vektörleri



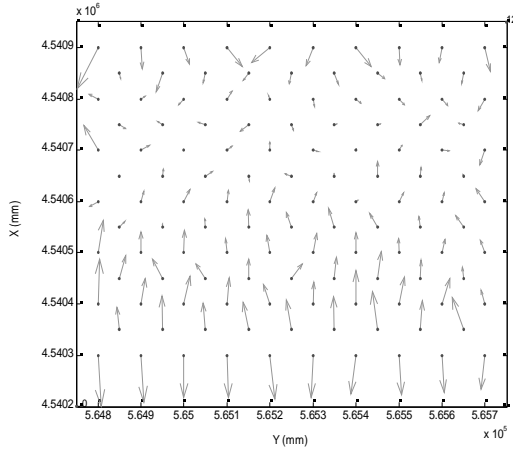
$v_x$ - Hatalarının Dağılımı  
Test büyüklüğü:2.241  
 $|-12.70| > 2.241$  Çarpık  
 $15.103 > 2.241$  Basık



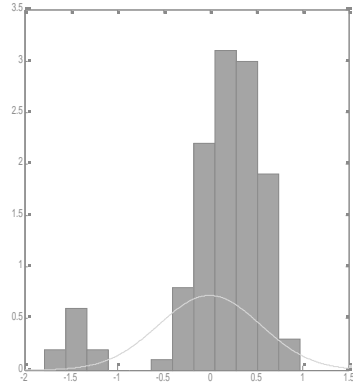
$v_y$ - Hatalarının Dağılımı  
Test büyüklüğü :2.241  
 $|-0.69| < 2.241$  Çarpık değil  
 $|-0.49| < 2.241$  Basık değil



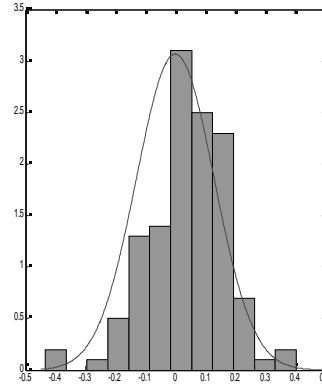
$v_p$ - Hatalarının Dağılımı  
Test büyüklüğü:2.241  
 $5.56 > 2.241$  Çarpık  
 $0.55 < 2.24$  Basık



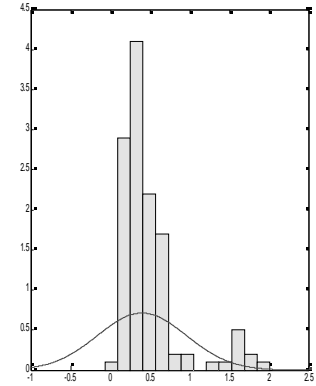
Şekil 1b : Afın dönüşümü  $v_p$ -konum hatası vektörleri



$v_x$  - Hatalarının Dağılımı  
 $|-8.18| > 2.241$  Çarpık  
 $7.29 > 2.241$  Basık

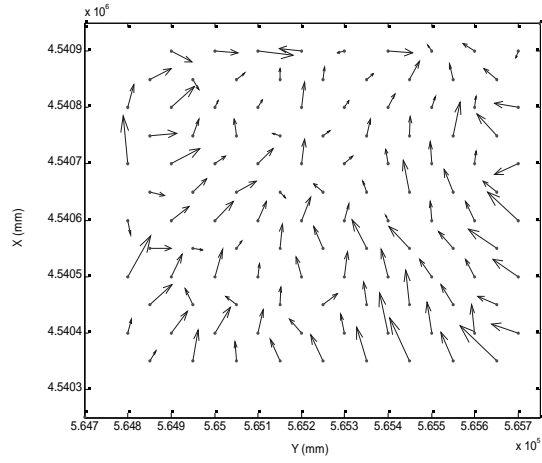


$v_y$ - Hatalarının Dağılımı  
 $|-2.25| < 2.241$  Çarpık değil  
 $1.67 < 2.241$  Basık değil

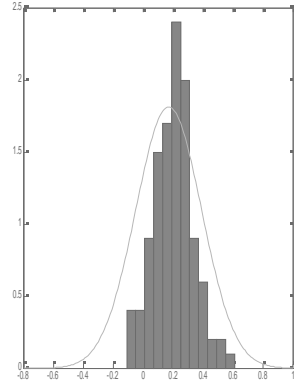


$v_p$ - Hatalarının Dağılımı  
 $3.241 > 2.241$  Çarpık  
 $|-2.76| < 2.241$  Basık

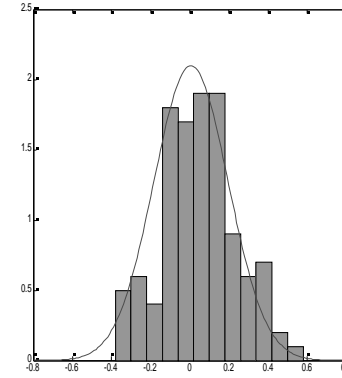
## Şekil 2 : Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesinden Sonraki Hataların Dağılımı



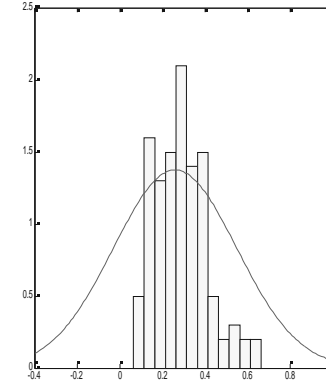
**Şekil 2a** : Benzerlik dönüşümü  $v_p$ - konum hatası vektörleri



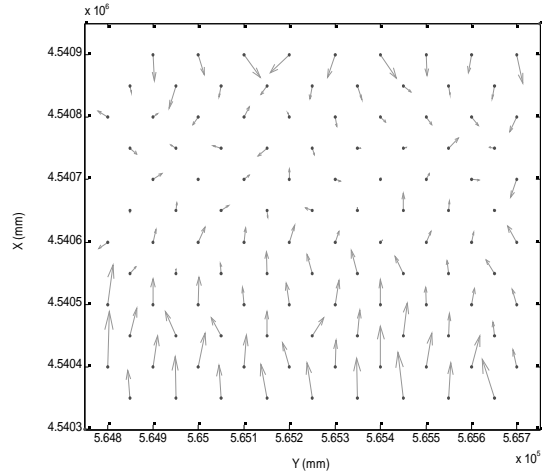
$v_x$  - Hatalarının Dağılımı  
 $0.14 < 2.241$  Çarpık değil  
 $|-5.47| > 2.241$  Basık



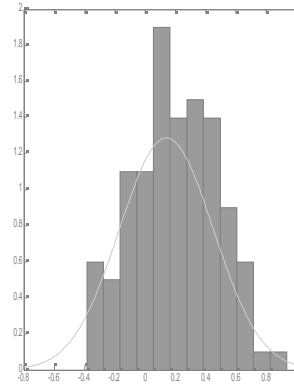
$v_y$ -Hatalarının Dağılımı  
 $|-0.37| < 2.241$  Çarpık değil  
 $|-0.43| < 2.241$  Basık değil



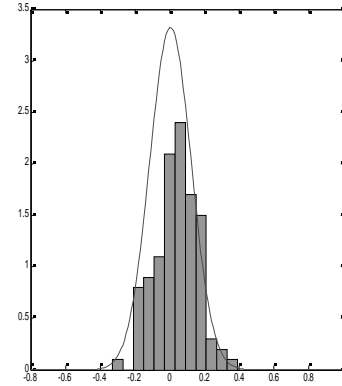
$v_p$ - Hatalarının Dağılımı  
 $0.20 < 2.241$  Çarpık değil  
 $|-6.29| > 2.241$  Basık



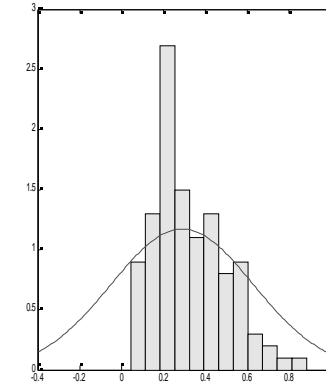
**Şekil 2b** : Afın dönüşümü  $v_p$ - konum hatası vektörleri



$v_x$  - Hatalarının Dağılımı  
 $0.10 < 2.241$  Çarpık değil  
 $|-3.32| > 2.241$  Basık



$v_y$  -Hatalarının Dağılımı  
 $|-0.87| < 2.241$  Çarpık değil  
 $1.01 < 2.241$  Basık değil



$v_p$ - Hatalarının dağılımı  
 $0.40 < 2.241$  çarpık değil  
 $|-6.05| > 2.241$  basık

uyuşumlu çıkmıştır. Benzer şekilde; uyuşumlu noktalarla ilgili gerek geometrik ve gerekse istatistik dağılımlar, (Şekil 2a ve Şekil 2b) de gösterilmiştir.

Hem benzerlik dönüşümü, hem de afin dönüşümü Robust yaklaşımı kullanılarak aynı verilerle tekrar çözülmüştür. Robust yönteminde de, ikinci iterasyondan sonra ağırlığı sıfıra giden noktalar, paftanın alt kenarındaki noktalar olmuştur. Bu noktalar bir önceki yöntemle uyuşumsuz oldukları tesbit edilen noktaların aynısı olmaktadır. Buna karşılık, paftanın sol kenarında hiçbir uyuşumsuz noktaya rastlanmamıştır.

## 6. SONUÇLAR

Her iki dönüşüm modelinde, toplam 124 adet ortak nokta kullanılarak yapılan ilk hesaplamalardan, birim ölçünün ortalama hatası; benzerlik dönüşümü için  $\pm 0.44$  m ve afin dönüşümü için de  $\pm 0.40$  m olarak hesaplanmıştır. Uyuşumsuz ölçüler testinden sonra birim ölçünün ortalama hatası; benzerlik dönüşümü için  $\pm 0.13$  m, afin dönüşümü içinde  $\pm 0.12$  m olarak elde edilmiştir. Ayrıca, dönüşüm parametreleri sıfır hipotezine göre  $\alpha : 0.05$  yanılma olasılığı ile istatistik irdelenerek; her iki dönüşümde de dönüklük parametresi geçerli iken, ölçek parametresi geçersiz çıkmıştır. Benzerlik ve afin dönüşümünden hesaplanan düzeltmeler, geleneksel Robust uyuşumsuz ölçüler testi ile irdelenerek; özellikle paftanın alt kısmındaki noktalarda ve  $x$  eksen yönünde oluşan büyük miktardaki yani, metre mertebesinde değerlere ulaşmıştır. Buna karşılık aynı noktalarda  $y$  eksen yönündeki düzeltmeler daha küçük miktarda bulunmuştur. Paftanın diğer noktalarında ise hem  $x$  hem de  $y$  eksenleri yönündeki düzeltmeler kabul edilebilir büyüklükte, küçük miktarlar oldukları görülmüştür. Benzer şekilde, afin dönüşümü sonucunda kötü koşullu noktaların bir kısmında düzeltme değerleri küçülebilmekte buna karşın iyi koşullu noktalarda önemli bir değişme görülmemektedir. Yapılan Robust kestirimi sonucunda 2. iterasyondan itibaren aynı noktalarda ağırlıklar sıfıra yaklaşmıştır. Buradan, yapılan uyuşumsuz ölçüler irdelenmesi sonucunda aynı noktaların uyuşumsuz oldukları, buna karşılık sol kenardaki iki noktanın uyuşumlu oldukları gözlenmiştir.

Buna göre; benzerlik dönüşümü ile ilgili parametrelerin hipotez testleri sonucunda; yarı benzerlik dönüşümünün, afin dönüşümü ile ilgili afin parametre testleri sonucunda da; yarı afin dönüşümünün kullanılabilmesi gözlenmiştir. Aynı şekilde, dönüşüm sonuçlarına göre çizilen konum hata vektörleri,  $x$  ve  $y$  eksenleri yönündeki düzeltmelerin ve konum hata vektörlerinin dağılımları incelenerek bir grup ölçünün dağılımları bozdukları, (Şekil 1a ve Şekil 1b) 'deki gibi, gözlenmiştir. Bu ölçülere karşılık gelen noktalar, her iki modelden uyuşumsuz ölçüler testi sonucunda uyuşumsuz oldukları tesbit edilen noktaların aynısı olmaktadır. Ayrıca; bu noktalardaki bozulmalar; daha çok  $x$ -ekseni yönünde oldukları da tesbit edilmiştir. Uyuşumsuz noktalar, ölçü kümesinden çıkartıldıktan sonra benzer işlemler tekrarlanarak; (Şekil 2a ve Şekil 2b) 'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Sonuçta; Paftalardan sayısallaştırma yaparken, sayısallaştırma aletinin kalibrasyonun yapılmış ve paftaların iyi koşullara sahip, yani net ve okunaklı olmaları gerekmektedir. Ayrıca; sayısallaştırılmış verilerin istatistik irdelenmeleri sonucunda, pafta boyutlarında bir deformasyon olmadığına karar verildiği durumlarda; her iki dönüşüm yöntemi eş değer özellikler sergileyeceğinden, hesaplama kolaylıkları açısından benzerlik dönüşümü kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

**Dilaver A. ,Konak H. ,Öztürk E. ,** *Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Yerelleştirilmesinde Kullanılan Yöntemlerin Davranışları*, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası yayın organı , sayı :84, sayfa: 17

**Güllü M.,Yılmaz İ., Erdoğlan O. A. ,** 2003 *Jeodezik Ağ Tasarımı*, Afyon Kocatepe Üniversitesi, sayfa 103

**Hekimoğlu Ş. ,** 1999, *Robustifying Conventional Outlier Detection Procedures* ,Journal of Surveying Engineering ASCE, Vol. 125, No .2, 69-86

**Konak H. ,**1994,*Yüzey Ağlarının Optimizasyonu* , Doktora Tezi ,KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon

**Turgut B. ,İnal C. ,** 2003 *Nokta Konum Duyarlıklarının İki ve Üç Boyutlu Koordinat Dönüşümüne Etkisi*, TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı Sunulu Bildiri 24-25-26 Eylül Konya

**Yaşayan A.** 1978, *Hava Fotogrametrisinde İki Boyutlu Doğrusal Dönüşümler ve Uygulamaları*, KTÜ yayın no: 102, YBF yayın no:19, Trabzon

**Yaşayan A.** 1993, *Dönüşüm Parametrelerinin Testi*, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası yayın organı, sayı :74, sayfa: 28