

# DATUM DÖNÜŞÜMÜNDE KALİTE KONTROL

Y. ŞİŞMAN<sup>1</sup>, A. DİLAVER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Gümüşhane Mühendislik Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Bölümü, Gümüşhane, [ysisman@ktu.edu.tr](mailto:ysisman@ktu.edu.tr)

<sup>2</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Trabzon, [dilaver@ktu.edu.tr](mailto:dilaver@ktu.edu.tr)

## ÖZET

*Tarihsel gelişimde; Türkiye Ulusal Nirengi Ağı koordinatları ED-50 datumunda belirlenmiştir. GPS ile yapılan çalışmalarda noktaların koordinatları WGS84’de belirlenmektedir. Bu durum çalışmalarda her zaman birbirinden farklı konumda bulunan ED-50 ve WGS84 datuamları arasında dönüşüm yapılması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Bir datum dönüşümünün kalitesi üç faktöre bağlıdır. Bunlar ekonomiklik, duyarlık ve güvenilirlik. Dönüşümde kullanılan ölçülerden biri veya birkaçında kaba hata olması veya stokastik ve fonksiyonel modelin doğru kurulamamış olması sonucu oluşan model hatalarının analizi için, ölçü grubunda uyumsuz ölçüler testinin yapılması gerekir. Bu çalışmada datum dönüşümü ve dönüşüm kalite incelemiş ve yapılan sayısal uygulama ile örneklemeli olarak sonuç elde edilmeye çalışılmıştır.*

**Anahtar Sözcükler:** Datum Dönüşümü, Kalite Kontrol, Duyarlık ve Güvenirlik Kriterleri, Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi, Fuzzy Mantık.

## ABSTRACT

### QUALITY CONTROL IN DATUM TRANSFORMATION

*In historical progress; the coordinates of Turkish National Triangulation Network have been determined in ED-50 datum. However, the point coordinates in application of GPS have been measured in WGS84 datum. For this reason coordinate transformations has been always needed between ED-50 and WGS84 datum. The quality of a datum transformation can be examined in terms of economy, accuracy and reliability. In the case that there is an outlier within one or more observations, outlier detection algorithms should be used, and in the case that there is a problem in the establishment of stochastic or functional model, it is necessary to utilize model error analysis. In this study, datum transformations were performed using test data sets, and the quality of the results was tested.*

**Keywords:** Datum Transformation, Quality Control, Accuracy and Reliability Analysis, Outlier Detection, Fuzzy Logic.

## 1. GİRİŞ

Datum kelimesi, “hesaplamalarda temel olarak kullanılması kabul edilen yüzeyler için temel bilgi veya başlangıç yüzeyi ile ilgili değişmez (sabit) bilgiler” olarak tanımlanır. Jeodezik datum ise; jeodezik hesapların yapılabilmesi için matematiksel olarak tanımlı ve dünya yüzeyine en yakın yüzey olarak kabul edilen referans elipsoidinin konumunu belirleyen parametre bilgileri olarak tanımlanabilir. Datum parametre bilgileri aynı zamanda bir koordinat sistemi de tanımlamaktadır.

Jeodezik ağ çalışmalarında ağı yeryüzeyindeki konumu ağ noktalarının referans elipsoidine yani koordinat sistemine yerleştirme ve yöneltmesiyle elde edilir. Bir diğer ifade ile bir jeodezik ağdaki noktalarının yeryüzeyindeki konumunun tam olarak belirlenebilmesi için; önce jeodezik datumun datum parametre bilgileri ile belirlenmiş olması gereklidir. Yapılan çalışmalarda ortak referans yüzeyi oluşturmak amacıyla global datuamlar (koordinat sistemleri) tanımlanmıştır. Bu datuamlardan biri ülke nirengi ağı noktalarının koordinatlarının belirlendiği European Datum-50 (Avrupa Datumu50,ED-50), diğeri ise Global Positioning System (GPS) çalışmalarında nokta koordinatlarının belirlendiği World Geodetic System-84 (WGS84) datumudur.

Yapılan bir uygulamanın kalite kontrolü; ekonomiklik, duyarlık ve güvenilirlik faktörlerine bağlıdır. Ekonomiklik; uygulamanın amacına göre çeşitli değerler alabilirken, duyarlık ve güvenilirlik, uygulamanın doğruluk derecesini ve gerçeğe yakınlığını denetleyen kriterlerdir. Ölçü grubunda kaba veya uyumsuz ölçülerin olması kaçınılmaz bir durumdur. Uyuşumsuz ölçüler, çeşitli amaçlarla yapılan ölçüler arasında ölçü kümesinin dağılımına uymayan ölçüler olarak tanımlanabilir. Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için uygulamada farklı yaklaşımlar kullanılmaktadır. Uzun yıllardır jeodezik çalışmalarda çok yaygın bir şekilde kullanılan yöntem geleneksel çözüm yöntemidir. Bu yöntemin bazı dezavantajları nedeniyle son yıllarda robust kestirim ve fuzzy mantık yöntemleri ile uyumsuz ölçülerin belirlenmesi konuyu daha da güncelleştirmiştir.

Bu çalışmada öncelikle, datum dönüşüm modelleri ve uyumsuz ölçü gruplarının belirlenmesi yöntemleri teorik olarak açıklandıktan sonra gerçek ağ verileri kullanılarak datum dönüşümünün kalite kontrolü duyarlık ve güvenilirlik yönünden ele alınarak irdelenmiş ve datum dönüşüm modelleri ve uyumsuz ölçü gruplarının belirlenmesi yöntemlerinin avantaj ve dezavantajları belirlenmeye çalışılmıştır.

## 2. ED-50 ve WGS84 DATUMLARI

Günümüzde jeodezik ağ kurma çalışmalarına teknolojik gelişmelere bağlı olarak oldukça değişmiştir. Mevcut ülke ağları, yatay ağlar ve düşey ağlar olarak ayrı ağ biçiminde kurulmuş ve nirengi ağının nokta koordinatları, 1954 yılında Meşedağ noktası başlangıç olarak seçilerek Lambert konform projeksiyonunda koordinatların değişken alındığı bir dengeleme hesabıyla elde edildikten sonra, ağın batısındaki 8 ortak noktadan faydalanılarak ED-50 datumuna yani ED-50 koordinat sistemine dönüştürülmüştür. Çeşitli maregraf istasyonlarından ülkenin ortasındaki bir noktaya taşınan yüksekliklerin ortalaması alınarak bu noktanın yüksekliği sabit kabul edilmiş ve oluşturulan ülke nivelman ağları 1965 yılında dengelenmiştir.

Uydu teknolojisinin konum belirleme çalışmalarında kullanılmaya başlaması ile jeodezik ağların kurulması ve nokta koordinatlarının belirlenmesi işlemleri, yatay ve düşey konum bileşenlerinin birlikte ele alındığı, farklı bir boyut kazanmıştır. GPS yöntemi ile noktaların World Geodetic System-84 WGS84 datumundaki 3 boyutlu koordinatları; yersel yöntemlerden daha kısa sürede ve hassas bir şekilde belirlenebilmektedir. WGS84 sistemi, GPS uydularının yörünge bilgilerinin tanımı için Amerika Savunma bakanlığı tarafından oluşturulan ve uydu navigasyon sistemlerinin temelini oluşturan yersel üç boyutlu bir koordinat sistemidir ve uluslararası yersel koordinat sistemi olarak kabul edilir. Uydulardan alınan tüm konum bilgileri WGS84 dünya jeodezik sistemi 84 referans elipsoidinde hesaplanmaktadır (Arslan, 1997). GPS yöntemi ile yapılan yeni çalışmalardan elde edilen nokta koordinatlarının WGS84, ülke nirengi nokta koordinatlarının ED-50 datumunda olması iki datum arasında dönüşüm yapılması gerekliliğini ortaya çıkarmıştır.

## 2.1. Datum (Koordinat) Dönüşüm Modelleri ve Çözümü

Bir jeodezik ağ kurulurken dünya yüzeyindeki konumunun belirlenmesi için yerleştirme ve yönlütmesinin yapılması yani datumunun belirlenmesi gereklidir. Bir jeodezik ağın datumu ile hem ağın temelini oluşturan referans elipsoidi hem de jeodezik ağ noktalarının koordinatının elde edileceği koordinat sistemi tanımlanmış olur. Bu nedenle iki datum arasındaki datum dönüşümü ile iki koordinat sistemi arasındaki koordinat dönüşümü aynı işlem olur (Aksoy, 1999).

Bir koordinat sistemine bağlı olarak kurulan jeodezik ağların koordinat sistemindeki yerleştirme ve yönlütmeleri; mutlak yerleştirme ve yönlütme belirleyen dünya jeodezik datumu, bağıl yerleştirme ve yönlütme belirleyen bağıl jeodezik datumu ile yapılır. Dünya jeodezik datumu hesap yüzeyi olarak dünya yüzeyinin tümü için ve tek anlamlı olarak bir referans elipsoidi, bağıl jeodezik datumu ise hesap yüzeyi olarak belli bir bölge için herhangi bir başlangıç noktasına göre bir elipsoidi tanımlanmaktadır. Bu çalışmada ağın yerleştirme ve yönlütmesi için mutlak yerleştirme ve yönlütme veren dünya jeodezik datumu kullanılmıştır, (Ünal, 1981).

Üç boyutlu datum 3'ü öteleme ( $X_0, Y_0, Z_0$ ), 3'ü dönüklük ( $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ ) ve 1'i ölçek parametresi ( $\kappa$ ) olan toplam 7 parametre ile tanımlanır. Datum dönüşümü jeodezik faaliyetlerde sıkça karşılaşılan bir uygulama alanıdır. Jeodezik koordinat sistemleri arasındaki nokta koordinatları dönüşümde daha çok benzerlik dönüşümü kullanılmaktadır. Üç boyutlu koordinat dönüşümü için tanımlanmış birçok yöntem olmasına rağmen bu yöntemler arasında Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modelleri en çok uygulama imkanı bulmuştur. Bu modellerle yapılan çözümde ölçü grubu olarak, ilk ölçülerden türetilmiş bir bilgi olan koordinat değerleri kullanılmaktadır, (Thompson, 1976, Uzun, 2003).

### • Bursa-Wolf Modeli

Bursa-Wolf modeli, iki koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi benzerlik dönüşümü ile çözmektedir. Üç boyutlu iki dik koordinat sistemi arasındaki dönüşüm ilişkisi 7 dönüşüm parametresi ile;

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + (1 + \kappa) \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_z & -\epsilon_y \\ -\epsilon_z & 1 & \epsilon_x \\ \epsilon_y & -\epsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Çok sayıda noktadan oluşan bir dönüşüm probleminde doğrusal olmayan bu eşitlik; bilinmeyen olarak alınan datum parametrelerine ve ortak nokta koordinatlarına göre doğrusallaştırılır ve bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesi yöntemi ile çözümlenerek istenilen sonuçlara ulaşılır.

### • Molodensky Badekas Modeli

Molodensky –Badekas modeliyle Bursa-Wolf modeli arasındaki farklılık; bu modelde ölçü değeri olarak, nokta koordinatlarının bir yerel başlangıç noktasına göre ötelenmiş değerlerinin kullanılmasıdır. Bu durumda Bursa-Wolf modelinden tek farklılığı ölçü grubu olarak kullanılan koordinat değerlerinin daha küçük değerler olmasıdır. Ötelenmiş koordinat değerleri kullanılarak bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesine göre çözüm yapılır ve sonuçlar elde edilir, (Thompson, 1976, Uzun, 2003).

İki koordinat sistemi arasındaki ilişkiyi tanımlayan doğrusal olmayan (1) eşitliği bilinmeyenlerin yaklaşık değerleri kullanılarak doğrusallaştırılırsa,

$$\underline{A}\underline{V} + \underline{B}\underline{X} + \underline{W} = 0$$

(2)

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin çözümünden datum dönüşüm parametreleri  $\underline{V}$ , ters ağırlık matrisi  $\underline{Q}_{vv}$  ve ölçü değeri olarak kullanılan koordinatlara getirilen düzeltmeler  $\underline{X}$ , ters ağırlık matrisi  $\underline{Q}_{xx}$ , aşağıdaki eşitliklerle hesaplanır.

$$\begin{aligned} \underline{V} &= -\left(\underline{A}^T (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A}\right)^{-1} (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} \underline{W} \\ \underline{Q}_{vv} &= \left(\underline{A}^T (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A}\right)^{-1} \\ \underline{X} &= \underline{Q}_{rr} \underline{B}^T \underline{k} \\ \underline{Q}_{xx} &= \underline{Q}_{rr} \underline{B}^T \left( (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} - (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A} \left(\underline{A}^T (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A}\right)^{-1} \underline{A}^T (\underline{B}\underline{Q}_{rr} \underline{B}^T)^{-1} \right) \underline{B}\underline{Q}_{rr} \end{aligned} \quad (3)$$

### 3. KALİTE KONTROL

Jeodezik datum dönüşümünde kalite kontrolün ekonomiklik, duyarlık ve güvenilirlik faktörlerine bağlı olduğu düşünülür. Ekonomiklik, datum dönüşümünde kullanılacak nokta koordinatlarının elde edilmesi için yapılan masraflar, taşıma giderleri vb. açıklanabilir. Duyarlık, datum dönüşümü sonucunda elde edilen koordinatların gerçek değerlerinin sınırlarını belirleyen kriterdir ve kaba ve sistematik hatalardan arındırılmış ölçülerle yapılan dengeleme hesabı sonucunda, dönüşümün geometrik şekli ve rasgele ölçü hataları ile oluşan bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisiyle açıklanır. Güvenirlik ise, kurulan matematik modelin hatalarını denetleyen bir kriterdir. Fonksiyonel modelin ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri, stokastik modelin ölçülerin duyarlıklarını ve aralarındaki korelasyonu tam olarak yansıtıp yansıtmadığını denetlemek için güvenilirlik ölçütleri kullanılır, (Grafarend, Sanso, 1985)

#### 3.1. Duyarlık ve Güvenirlik Ölçütleri

Datum dönüşümü için yapılan çözümde ölçü grubu olarak kullanılan; türetilmiş ortak nokta koordinatlarının normal dağılımda oldukları kabul edilir. Datum dönüşümü hesabında ölçü grubu olarak kullanılan koordinat değerleriyle ilgili duyarlık bilgilerin tümü  $\underline{Q}_{xx}$  ters ağırlık matrisinde depolanmıştır. Bu nedenle dönüşümün tümü veya bir kısım noktaları için tanımlanan duyarlık ölçütlerinde bu matrisin tümü veya bir kısım elemanları kullanılır. Buna göre tanımlanabilen duyarlık ölçütleri Tablo 1’de verilmiştir, (Öztürk, Şerbetçi, 1992, Yalçınkaya, Teke, Bayrak, 2003).

L o k a l	Koordinat Bilinmeyenlerinin Ortalama Hatası	$m_{x_i} = m_0 \sqrt{Q_{x_i x_i}}$
	Hata Elipsi	$a_H = m_0 \sqrt{\lambda_1}$ , $b_H = m_0 \sqrt{\lambda_2}$ , $c_H = m_0 \sqrt{\lambda_3}$
D u y a	Bağlı Hata Elipsi,	$d=FX$ , $Q_{dd} = FQ_{xx} F^T$ $a_{BH} = m_0 \sqrt{\lambda_1}$ , $b_{BH} = m_0 \sqrt{\lambda_2}$ , $c_{BH} = m_0 \sqrt{\lambda_3}$
	Kuramsal Güven Elipsi	$a_G = m_0 \sqrt{3\lambda_1 F_{3,f,1-\alpha}}$ , $b_H = m_0 \sqrt{3\lambda_2 F_{3,f,1-\alpha}}$ , $c_H = m_0 \sqrt{3\lambda_3 F_{3,f,1-\alpha}}$
r l i k	Bağlı Güven Elipsi	$d=FX$ , $Q_{dd} = FQ_{xx} F^T$ $a_{BG} = m_0 \sqrt{3\lambda_1 F_{3,f,1-\alpha}}$ , $b_{BG} = m_0 \sqrt{3\lambda_2 F_{3,f,1-\alpha}}$ , $c_{BG} = m_0 \sqrt{3\lambda_3 F_{3,f,1-\alpha}}$
	Helmert Nokta Konum Hatası	$m_{P_i} = \sqrt{m_{x_i}^2 + m_{y_i}^2 + m_{z_i}^2} = m_0 \sqrt{Q_{x_i x_i} + Q_{y_i y_i} + Q_{z_i z_i}} = m_0 \sqrt{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}$
Ö l ç ü t l e r i	Werkmeister Nokta Konum Hatası	$w_{P_i} = \sqrt{m_{x_i}^2 m_{y_i}^2 m_{z_i}^2} = m_0 \sqrt{Q_{x_i x_i} Q_{y_i y_i} Q_{z_i z_i}} = m_0 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$

G l o b a l	Güven Hiperelipsoidi	$a_{IDG} = m_0 \sqrt{3\lambda_1 F_{3p,f,1-\alpha}}$ , $b_{IDG} = m_0 \sqrt{3\lambda_2 F_{3p,f,1-\alpha}}$ , $c_{IDG} = m_0 \sqrt{3\lambda_3 F_{3p,f,1-\alpha}}$
	Varyans Ölçütü	$iz(K_{xx}) = m_0^2 iz(Q_{xx}) = m_0^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{3p}) \Rightarrow iz(K_{xx}) = m_0^2 \sum_{i=1}^{3p} \lambda_i$
D u y a r l ı k	Hacim Ölçütü	$det(K_{xx}) = m_0^2 det(Q_{xx}) = m_0^2 (\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_{3p}) \Rightarrow det(K_{xx}) = m_0^2 \prod_{i=1}^{3p} \lambda_i$
	Özdeğerler Ölçütü	$f=F(x)$ , $d_f = \frac{\partial F(x)}{\partial x} d_x = a^T d_x$ , $m_f^2 = a^T K_{xx} a = m_0^2 a^T Q_{xx} a$ $\lambda_1 \cong \lambda_2 \dots \cong \lambda_{3p}$ , $\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = 1$
Ö l ç ü t l e r i	Ortalama Koordinat Duyarlığı	$m_x, m_y, m_z = \sqrt{\frac{iz(K_{xx})}{3p}} = m_0 \sqrt{\frac{iz(Q_{xx})}{3p}}$

**Tablo 1:** Lokal ve Global Duyarlık Ölçütleri

Güvenirlilik, hipotez testleri yardımıyla tespit edilebilen model hataların büyüklüğünü verir. Matematik modelin tam olarak gerçeği yansıtmaması, kaba ve sistematik hataların ölçü grubunda bulunması gibi nedenlerle dengeleme hesabı ile elde edilen sonuçlar bir miktar hatalı olabilir. Duyarlık ölçütleri tek başına sonuçların güvenirliliği tanımlamakta yetersiz kalırlar. Bu nedenle kaba hatalı ölçüleri ölçü grubunda ayıklayabilen iç güvenirlilik ölçütü ve model hatalarının dengeleme sonuçlarına etkilerini gösteren dış güvenirlilik ölçütünün hesaplanması gereklidir. Bir dönüşümde ne kadar küçük kaba hata belirlenebiliyorsa o dönüşümün güvenirliliğinin o kadar yüksek olduğu kabul edilir. Datum dönüşümünde ölçü grubu olarak noktaların koordinat değerleri kullanıldığı ve bu koordinatlara gelen düzeltmeler bilinmeyen olarak alındığı için güvenirlilik analizi için kullanılan bilgiler ters ağırlık matrisi  $Q_{xx}$ 'de toplanmıştır. Buna göre tanımlanabilen güvenirlilik ölçütleri Tablo 2’de verilmiştir (Öztürk, Şerbetçi, 1992, Yalçınkaya, Teke, Bayrak, 2003).

Gü ve n öl çü tle ri	İç Güven Ölçütü	$\Delta_{0j} = m_0 \sqrt{\frac{w_0}{P_j r_j}}$ , $r_j = Q_{v_j v_j} P_j$ , $w_0 = F_{\alpha_0, \beta_0, f, \infty}$
	Dış Güven Ölçütü	$\delta_{0j} = \frac{1 - r_j}{r_j} w_0$

**Tablo 2:** Güven Ölçütleri

Yapılan dengeleme hesabının geçerliliği datum dönüşümü için kurulan matematik modelin tam ve doğru olarak kurulmasına bağlıdır. Bu amaçla yapılan model hipotezinin testinde,  $\sigma_0$  birim ölçünün karesel ortalama hatasının öncül değeri ile  $m_0$  birim ölçünün karesel ortalama hatasının soncul değerinin eşitliği istatistik olarak irdelenir. Uygulamada Global Test olarak da adlandırılan model hipotezinin testi için,

$$H_0 : E\{\sigma_0^2\} = E\{m_0^2\} = \sigma ; T = \frac{m_0^2}{\sigma_0^2} = \frac{V^T P V}{f \sigma_0^2} \approx F_{f, \infty} ; T > 0$$

$$H_S : E\{\sigma_0^2\} \neq E\{m_0^2\}$$

(4)

sıfır ve seçenek hipotezleri yazılır ve  $H_0$  hipotezinin geçerliliğinin tespiti için T test büyüklüğü hesaplanır ve İstatistiksel bir büyüklük olan T değeri dağılım tablosundan bulunan q değeri ile karşılaştırılarak matematik modelin gerçek durumu yansıtıp yansıtmadığı irdelenir.

$H_S$  seçenek hipotezinin geçerli çıkması durumunda; matematik modelin geçersizliğine, ölçülerden biri veya birkaçında kaba hata olması, ölçülerin ağırlıklarının iyi belirlenmemiş (stokastik modelin doğru kurulmamış) olması ya da ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkinin iyi belirlenmemiş (fonksiyonel modelin doğru kurulmamış) olmasının neden olabileceği düşünülür. Bu durumda önce fonksiyonel model genişletilerek fonksiyonel modelin testi, daha sonra ise stokastik modelin test edilir. Stokastik modelin testi için model hipotezinin testinden sonra uyumsuz ölçüler testi yapılarak uyumsuz ölçüler belirlenmeye çalışılır.

## 4. UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN BELİRLENMESİ

Ölçü grubunda kaba veya uyuşumsuz ölçülerin olması kaçınılmaz bir durumdur. Kaba hatalar dengeleme modelinin düzeltme denklemleri kurulurken belirlenip ayıklanabilirken rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükteki hatalar ancak dengeleme hesabı sonucunda uygulanan uyuşumsuz ölçülerin testi ile belirlenebilmektedir. Uyuşumsuz ölçüler, çeşitli amaçlarla yapılan ölçüler arasında ölçü kümesinin dağılımına uymayan ölçüler olarak tanımlanabilir.

Uyuşumsuz ölçülerin tümü kaba hatalardan kaynaklanan kötü veriler değildir, bazı durumlarda bu ölçüler ölçü grubu için çok önemli bilgileri içeriyor olabilirler. Model iyi kurulursa verilerin dağılımına göre, ayrı değerlendirme yapılmadan uyuşumsuz ölçüler ölçü grubundan çıkarılabilirler fakat bu durumda uyuşumsuz ölçülerin içerdiği bilgilerden de yararlanılamaz. Aynı zamanda, uyuşumsuz ölçülerin fazla olması durumunda çıkarılan ölçülerden dolayı matematik modelde şekil defekti meydana gelebilir. Bu iki durum yapılan hesaplamalarda bir olumsuzluk oluşturur (Hampel, F., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J., Stahel, W. A., 1986).

Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için uygulamada birkaç yaklaşım kullanılmaktadır. Uzun yıllardır jeodezik çalışmalarda çok yaygın bir şekilde kullanılan yöntem geleneksel çözüm yöntemidir. Bu yöntemin bazı dezavantajları nedeniyle son yıllarda robust kestirim ve fuzzy mantık yöntemleri ile uyuşumsuz ölçülerin incelenmesi fikri ortaya çıkmış ve çeşitli uygulamalar yapılmıştır.

### 4.1. Geleneksel Çözüm Yöntemleri

- **Data-Snooping Yöntemi ( W-Testi )** : Datum dönüşümü için yapılan dengeleme hesabı işleminde ölçü değeri olarak alınan koordinat değerlerinden oluşan  $\ell$  ölçü vektöründeki herhangi bir  $\ell_i$  ölçüsündeki  $\nabla \ell_i$  kaba hatasını belirleyebilmek için,

$$\begin{aligned} H_0 : E\{\nabla \ell_i\} &= 0 \\ H_S : E\{\nabla \ell_i\} &= \nabla \ell_i \neq 0 \end{aligned} ; W_i = \frac{|V_i|}{\sigma_{V_i}} \quad W_i \sim N(0,1) \quad (5)$$

şeklinde sıfır ve seçenек hipotezi kurulur ve her ölçü için ölçülerin korelesyonsuz olduğu da göz önüne alınarak  $W_i$  test değeri hesaplanır.  $W_i$  değerleri,  $q = N_{1-\alpha_0/2} = \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_0}}$  tablo değeri ile karşılaştırılır ve  $W_i > q$  olması durumunda; en büyük  $W_i$  değere sahip olan ölçünün uyuşumsuz ölçü olduğuna ve ölçü grubunda çıkarılması gerektiğine karar verilir. Bu işlemlere ölçü kümesinde uyuşumsuz ölçü kalmayınca kadar iteratif olarak devam edilir. Data-Snooping testi,  $\sigma_0^2$  öncül varyansın bilinmesi esasına dayanır. Bu değer tam olarak bilinmemesi nedeniyle Data-Snooping testi uygulamada kullanılamamaktadır.

- **Tau Testi** : Uygulamalarda dengeleme öncesi varyansın tam olarak bilinmemesi ya da güvenilir ve tecrübeye dayanan bir değer olarak verilememesi durumunda  $\sigma_0^2$  öncül varyansın yerine dengeleme sonrası elde edilen ve uyuşumsuz ölçüleri de içeren ölçü kümesinin bir fonksiyonu olan  $m_0^2$  soncul varyans kullanılması durumu ortaya çıkar. Data-Snooping testi için (5) eşitliğiyle yazılan sıfır ve seçenек hipotezleri burada da geçerlidir ve

$$T_i = \frac{|V_i|}{m_{V_i}} = \frac{|V_i|}{m_0 \sqrt{Q_{V_i V_i}}} \sim \tau_{f,1-\alpha_0/2} \quad (6)$$

eşitliğinden hesaplanan  $T_i$  test büyüklüğü,  $\tau$  (tau) dağılımı için tablodan alınan c sınır değeri ile karşılaştırılır.  $T_i > c$  olması durumunda; en büyük  $T_i$  değere sahip olan ölçünün uyuşumsuz ölçü olduğuna ve ölçü grubunda çıkarılması gerektiğine karar verilir. Bu işlemlere ölçü kümesinde uyuşumsuz ölçü kalmayınca kadar iteratif olarak devam edilir.

- **t-Testi** : Ölçü grubunda herhangi bir  $\ell_i$  ölçüsü kaba hata içeriyorsa bu ölçü değeri kullanılarak hesaplanan soncul varyans  $m_0^2$  de bu hatayı içerir. Bu nedenle model hatalarından arındırılmış  $\bar{V}$  düzeltmeleri ve  $m_{01}^2$  soncul varyansı ile test değeri  $t_i$  hesaplanır.

$$\bar{m}_{01} = \pm \sqrt{\frac{\bar{V}^T \bar{P} \bar{V}}{n-u-1}} = \pm \sqrt{\frac{1}{f-1} \left( f m_0^2 - \frac{\nabla \ell_i^2}{q_{\nabla \ell_i \nabla \ell_i}} \right)} , \quad t_i = \frac{|V_i|}{m_{V_i}} = \frac{|V_i|}{m_{01} \sqrt{Q_{V_i V_i}}} \sim t_{f-1,1-\alpha_0/2} \quad (7)$$

Aynı şekilde t dağılım tablosundan hesaplanan q sınıır değeriyle karşılaştırılır ve  $t_i > q$  olması durumunda; en büyük  $t_i$  değere sahip olan ölçünün uyuşumsuz ölçü olduğuna ve ölçü grubunda çıkarılması gerektiğine karar verilir. Bu işlemlere ölçü kümesinde uyuşumsuz ölçü kalmayınca kadar iteratif olarak devam edilir.

### 3.2. Robust Kestirim Yöntemi

Robust istatistik, istatistikte yaygın olarak kullanılan birçok dağılım modeline göre gerçeğe en yakın yaklaşım olması ve ölçü grubundaki kaba hataların analizi için kullanılan diğer birçok yöntemin deneysel olması nedeniyle uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için kullanılabilen etkili bir yöntemdir. Robust kestirim yöntemi ile ölçülerin düzeltmeleri küçük hatalardan ve diğer ölçülerin hatalarından etkilenmemekte, ölçü hatalarının sonuçlar üzerindeki bozucu etkileri azaltılmakta, hatta yok edilebilmektedir.

Ölçülerde kaçınılmaz olan uyuşumsuzluklar, sonuçlara ve dolayısıyla istatistik test sonuçlarına da yansır. Bu durumda uygulanan istatistik testler uyuşumsuzlukların tanımlanmasını tam olarak yapamazlar. Huber (1964)'e göre uyuşumsuz ölçüler ölçü grubundan ayrı bir kümeden oluşan bir veri grubudur ve ölçü grubunun dağılım fonksiyonu,

$$F(x) = (1 - \xi) F_0(x) + \xi H(x) \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $F(x)$ ; tüm ölçülerin,  $F_0(x)$ ; uyuşumlu ölçülerin,  $H(x)$ ; uyuşumsuz ölçülerin dağılım fonksiyonunu,  $\xi$  ise bozulma derecesini göstermektedir, (Hekimoğlu, Ayan, Aktaş, 1993)

Robust kestirim yöntemi ile iteratif çözümde,  $\underline{V}^T \underline{P} \underline{V} = \min.$  olması amaç fonksiyonu ile çözüm yapan en küçük kareler yöntemiyle (EKKY) amaç fonksiyonu olarak düzeltmelerin başka bir fonksiyonu seçilerek ölçü hatalarından daha az etkilenen sonuçlar elde edilebilir. Bu durumda amaç fonksiyonu;

$$\sum_{i=1}^n P_i \rho(V_i) = \min. \quad (9)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikte  $\rho(V_i) = \underline{V}^T \underline{V}$  yazılırsa EKKY çözümünün elde edileceği görülür.

$\rho(\underline{V})$  fonksiyonunun  $\underline{V}$ 'ye göre türevi  $\psi(\underline{V})$  ile gösterilir ve bu fonksiyona etki (kestirim) fonksiyonu denir. Robust sonuç elde etmek için etki eğrisi sürekli ve sınırları belirli olmalıdır, (Hekimoğlu, 1995). Robust kestirim yönteminde tanımlanan amaç ya da kayıp fonksiyonu  $\rho(\cdot)$ , etki fonksiyonu  $\psi(\cdot)$  ve ağırlık fonksiyonu  $W(\cdot)$  için uygulamada çeşitli fonksiyonlar alınmaktadır. Bu fonksiyonlardan yalnızca birinin belirlenmesi diğerlerinin belirlenmesi ve çözüm için yeterli olmaktadır. En çok kullanılan Robust kestirim yöntemi fonksiyonları Tablo 3'de verilmiştir, (Pilgrim, L., 1996).

Yöntem	Sınır	Amaç Fonksiyonu	Etki Fonksiyonu	Ağırlık Fonksiyonu
<b>EKKY</b>		$\frac{1}{2} V^2$	$V$	1
<b>Huber</b>	$ V  \leq c$	$\frac{1}{2} V^2$	$V$	1
	$ V  > c$	$c V  - \frac{1}{2} c^2$	$c$	$\frac{c}{ V }$
<b>Andrews</b>	$ V  \leq c\Pi$	$c^2 \left( 1 - \cos \frac{ V }{c} \right)$	$c \sin \frac{ V }{c}$	$\left( \frac{ V }{c} \right)^{-1} \sin \frac{ V }{c}$
	$ V  > c\Pi$	$2c^2$	0	0
<b>Beaton-Tukey</b>	$ V  \leq c$	$\frac{c^2}{6} \left( 1 - \left( 1 - \left( \frac{V}{c} \right)^2 \right)^3 \right)$	$ V  \left( 1 - \left( \frac{V}{c} \right)^2 \right)^2$	$\left( 1 - \left( \frac{V}{c} \right)^2 \right)^2$
	$ V  > c$	$\frac{1}{6} c^2$	0	0
<b>Danimarka</b>	$ V  \leq c$	$\frac{1}{2} V^2$	$V$	1
	$ V  > c$	$-(c^2 + c V ) e^{-\frac{ V }{c}}$	$ V  e^{-\frac{ V }{c}}$	$e^{-\frac{ V }{c}}$

**Tablo 3:** Robust Kestirim Fonksiyonları

Robust kestiriminde ölçü grubundaki gözlemlerin ağırlıkları yeniden ağırlıklandırılmalı bir şekilde iteratif olarak belirlenmekte ve ölçü grubundan ölçü çıkarılmaksızın bilinmeyenlerin çözümü yapılabilmektedir. Robust Kestirim algoritmasında yakınsama, seçilecek ağırlık fonksiyonu yanında problemin türüne, kondisyonuna, kaba hataların sayısına, büyüklüğüne ve dağılımına da bağlıdır. Aynı zamanda c sınır değeri için gerçekçi bir değerin alınması sonuçları direkt olarak etkilemektedir (Kara, H. H., 1998).

### 3.3. Fuzzy Mantık Yöntemi

Fuzzy mantık, ölçülerin analizi için karar verme sürecinde genel bir fikir sağlayan mantıksal bir modeldir. Bu modelde, üyelik fonksiyonu yardımıyla oluşturulan fuzzy kümeleri karşılaştırır ve gözlemlerin durumunu belirlenmeye çalışılır (Karanfil, 1994). Fuzzy mantığın ana amacı, belirsizlik ifade eden tanımlanması güç veya anlamı zor kavramlara üyelik derecesi atayarak onlara belirlilik getirmektir (Shi, Ebenhart, Chen, 1999). Bu şekildeki analizde için uygun üyelik fonksiyonu ölçüler üyelik derecelerine göre sınıflandırılabilirler. Genelde üyelik derecesi  $[0,1]$  arasında gerçek sayılardır, 0 üyeliğin olmadığını, 1 tam üyeliği gösterir. Üyelik fonksiyonları fuzzy kümesini ifade ettiklerinden, şekil ve formunun seçimi karar verme sürecini direkt olarak etkiler. Fuzzy küme teorisi ile üyelik fonksiyonuyla elde edilen üyelik değerlerinden yararlanılarak uyumsuz ölçüler kümesi de oluşturulabilir (Dilaver, Konak, 1998).

Bir A fuzzy kümesi,  $\mu_{\tilde{A}}(z)$  üyelik fonksiyonu z'nin A kümesindeki üyelik derecesi olarak alınırsa

$$A = \{z, \mu_{\tilde{A}}(z)\}, \quad z \in Z$$

şeklinde tanımlanır, (Karanfil, 1997, Yazıcıoğlu, 1997).

EKKY'ne göre verilen fonksiyonel modelin  $\nabla \underline{\ell}$  ölçü hataları vektörünü de içerdiği durumda, ölçü hataları ve düzeltmeler arasındaki matematiksel ilişki,

$$\begin{aligned} \underline{V} &= -\underline{Q}_{vv} \underline{Q}_{\ell\ell}^{-1} \nabla \underline{\ell} \\ \underline{R} &= \underline{Q}_{vv} \underline{Q}_{\ell\ell}^{-1} \\ \underline{V} &= -\underline{R} \nabla \underline{\ell} \end{aligned} \quad (10)$$

eşitliğiyle bulunur. R redundans matrisi gözlem hataları ile düzeltmeler arasındaki ilişkiyi gösterir ve ölçü hatalarından düzeltmeler arasındaki ilişki,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdot & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdot & r_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdot & r_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla \ell'_1 \\ \nabla \ell'_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \nabla \ell'_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

eşitliğiyle yazılır. Bu eşitlikten her ölçünün düzeltilmesinin redundans matrisinin karşılık gelen elemanları büyüklüğü oranında tüm ölçü hatalarından etkilendiği görülür. Hem korelasyonlu hem de korelasyonsuz dengelemede R redundans matrisinin rankı fazla ölçü sayısına eşittir ve dolayısıyla bu matris pozitif tanımlı değildir. Başka bir deyişle hatalar tek anlamlı olarak hesaplanamaz. Bu durumda istatistik karar sürecine dayanan gerek uyumsuz ölçü belirleme testleri gerekse robust kestiriminde, ölçü hataları  $\nabla \underline{\ell}_i$  yerine düzeltmelerin  $V_i$  istatistik büyüklükleri ele alınır. Buna karşın fuzzy mantığında, redundans matrisinden yararlanılarak, hataların düzeltmeler üzerindeki etkilerini belirleyen üyelik ilişkileri kurulabilmektedir.

(11) eşitliği irdelendiğinde; redundans matrisinin satırlar elemanlarının, tüm ölçülerde ortaya çıkması olası ölçü hataların tek bir ölçü düzeltilmesi üzerindeki toplam etkisiyle; sütun elemanlarının ise; her bir ölçü hatasının ayrı düzeltmelere etkisinin toplamıyla oluştuğu görülür. Bu durum, EKKY'nin hataları yayma ve aynı zamanda da gizleme özelliğinden kaynaklanan sorunları sorgulama olanağını sağlamaktadır.

İlk dengelemeden sonra (11) eşitliğinde verilen ilişki de dikkate alınarak, her düzeltme için test değerleri hesaplanır. İstatistiksel sınırlarla her düzeltmenin test değeri karşılaştırıldıktan sonra fuzzy kümedeki düzeltmeler; normal düzeltmelerin ölçü grubu (istatistiksel sınırın altındaki test değerleri)  $N\{V_i\}$ , anormal düzeltmelerin ölçü grubu (istatistiksel sınırın üstündeki test değerleri)  $M\{V_i\}$  olarak iki gruba ayrılır. Hipotez testlerinden sonra, üyelik fonksiyonu düzeltmelerin üyeliğini gösterir. İstatistiksel limitin altındaki test değerlerinin oluşturduğu  $N\{V_i\}$  alt grubunun elemanları sıfır üyelik değerini alır. İstatistiksel limitin üstündeki test değerlerinin oluşturduğu  $M\{V_i\}$  alt grubunun

elemanları ise istatistiksel limitin sapmaları, serbestlik derecesi ve testin güven durumuna göre [0,1] arasında üyelik değerini alırlar.

$$\mu_{\tilde{M}(v_i)} = \begin{cases} 0 & T_i < t_i \\ \frac{1}{1 + \frac{f}{n} \left( \frac{\alpha}{T_i - t_i} \right)^2} & T_i > t_i \end{cases} \quad (12)$$

Yukarıdaki fonksiyona göre her düzeltmenin üyelik fonksiyonu hesaplanır (Konak, Dilaver, Kurt, 1999). (12) eşitliği kullanılarak, uyuşumsuz ölçülerden çok fazla etkilenmemiş düzeltmelerin üyelik fonksiyonları da fuzzy küme teorisinden kolayca hesaplanabilir.

$$\mu_{\tilde{N}(v_i)} = 1 - \mu_{\tilde{M}(v_i)} \quad (13)$$

Ölçü hatalarının fuzzy üyelik ilişkilerini belirlemek için normlandırılmış redundans matrisinin elemanları  $\tilde{r}_{ij}$  kullanılır. Normlandırılmış redundans matrisi elemanları 0 ve 1 arasında değer alırlar ve bu matrisin satırları ve sütunları sırayla her düzeltmedeki ölçü hatasının etkisini ve düzeltmedeki ölçü hatalarını gösterir.

Ölçü hataları da düzeltmelerdeki gibi iki grupta ele alınabilir. Örneğin A alt grubu anormal düzeltmelerde maksimum etkiye sahip gözlem hatalarından, B alt grubu normal düzeltmelerde minimum etkiye sahip gözlem hatalarından oluşabilir. Daha önce anlatıldığı gibi A ve B kümelerinin üyelik değerlerini tanımlamak için  $\tilde{R}$  normlandırılmış redundans matrisi ve üyelik değerleri  $\mu_{\tilde{A}(\nabla \ell_i)}$  ve  $\mu_{\tilde{B}(\nabla \ell_i)}$  olsun. Üyelik değerlerinin hesabı için önce  $M(v_i)$  fuzzy kümesinde  $m_{\tilde{M}(v_i)} \geq 0.5$  üyelik değerine sahip olan düzeltmelerde i. gözlemin hatasının maksimum rölatif etkisi ve ölçü hatalarının üyelik fonksiyonu  $\mu_{\tilde{A}(\nabla \ell_i)}$  ve  $\mu_{\tilde{N}(v_i)} \geq 0.5$  üyelik değerine sahip olan düzeltmede i. ölçüsünün hatanın maksimum rölatif etkisini ve üyelik fonksiyonu  $\mu_{\tilde{B}(\nabla \ell_i)}$  da belirlenir.belirlenir.

$$\mu_{\tilde{A}(\nabla \ell_i)} = \tilde{r}_{ji} \mu_{\tilde{M}(v_i)}; \quad \tilde{r}_{ji} = \max(\tilde{r}_{ki}); \quad (14)$$

$$\mu_{\tilde{B}(\nabla \ell_i)} = (1 - r_{mi}) \mu_{\tilde{N}(v_i)}; \quad \tilde{r}_{mi} = \max(\tilde{r}_{ki}) \quad (15)$$

Büyük hatalardan çok fazla etkilenen ölçüler anormal düzeltmelerde maksimum etkiye sahiptirler. Buna rağmen bu ölçüler normal düzeltmelerde minimum etkiye sahiptirler. (14) ve (15) eşitliğiyle verilen üyelik fonksiyonunun minimum değeri tartışılan  $\ell_i$  gözlemlerinin sınır dışındaki derecesini gösterir. Fuzzy küme teorisine göre, A ve B fuzzy kümelerinin kesişimi H kümesini oluşturur.

$$\mu_{\tilde{H}(\nabla \ell_i)} = \min[\mu_{\tilde{A}(\nabla \ell_i)}, \mu_{\tilde{B}(\nabla \ell_i)}] \quad (16)$$

Anlamli sınırlı bir değer belirlemek için ağırlıklı ortalama fuzzyleştirme metoduyla hesaplanan kullanılabilir.

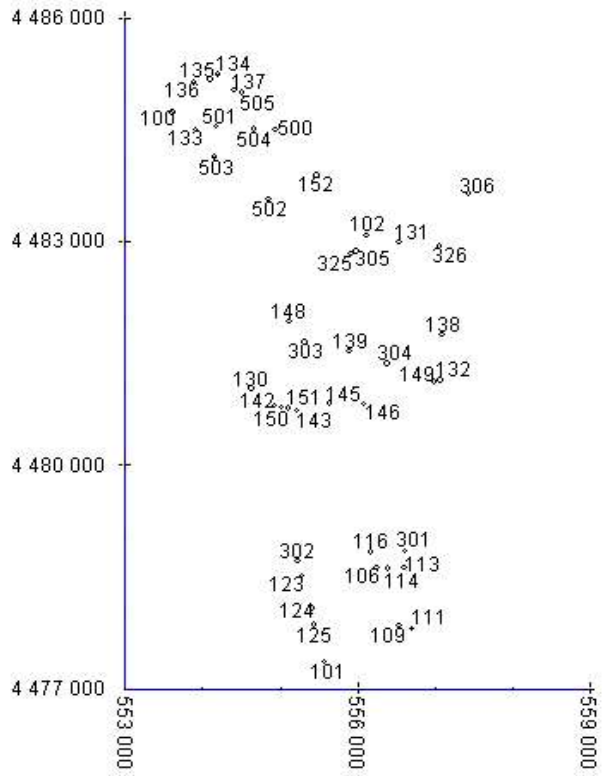
$$C_H = \frac{\sum P_i \mu_{\tilde{H}(\Delta_i)}}{\sum P_i} \quad P \Rightarrow \begin{cases} \mu_{\tilde{H}(\nabla \ell_i)} \in \mu_{\tilde{A}(\nabla \ell_i)} & P_i = \tilde{r}_{ji} \\ \mu_{\tilde{H}(\nabla \ell_i)} \in \mu_{\tilde{B}(\nabla \ell_i)} & P_i = 1 - \tilde{r}_{mi} \end{cases} \quad (17)$$

Sonuç olarak üyelik fonksiyonu  $\mu_{\tilde{H}(\nabla \ell_i)}$   $C_H$  değeriyle karşılaştırılır ve  $\mu_{\tilde{H}(\nabla \ell_i)} > C_H$  ise ölçülerin sınır dışında olduğu, yani farklı bir kümede olduğuna karar verilir (Aliosmanoğlu, Akyılmaz, O, 2001).

#### 4. SAYISAL UYGULAMA

Teorik açıklamaların ışığında gerçek bir uygulamanın verileri kullanılarak datum dönüşüm modelleriyle çözüm yapılmış ve elde edilen sonuçlar irdelenmiştir. Bu irdilemede datum dönüşüm modellerinin ve uyuşumsuz ölçü gruplarını belirleme yöntemlerinin avantaj ve dezavantajları belirlenmeye çalışılmış ve sonuçların duyarlık ve güvenilirlik kriterleri yönünden incelenmesi yapılmıştır.





Şekil 1: Uygulama noktaları

Nokta No	I. Koordinat Sistemi			II. Koordinat Sistemi		
	Sağa	Yukarı	H	Sağa	Yukarı	h
300	556104.540	4480789.360	1554.890	556093.386	4480610.762	1589.561
326	557065.365	4482932.851	2122.628	557053.953	4482754.430	2157.574
325	555917.589	4482825.719	1905.830	555906.194	4482647.267	1940.975
100	553615.425	4484723.111	2366.302	553604.026	4484544.582	2401.610
101	555581.333	4477351.395	1667.077	555570.333	4477172.970	1702.163
102	556122.049	4483080.019	1953.909	556110.646	4482901.570	1988.705
103	556122.049	4483080.019	1953.909	556120.599	4483150.460	1992.230
104	556103.923	4483110.570	1959.293	556092.520	4482931.919	1994.006
105	556099.049	4483093.175	1954.139	556086.646	4482914.725	1989.769
106	556252.843	4478619.278	1470.807	556241.518	4478440.860	1505.463
110	556707.370	4477806.040	1335.577	556696.053	4477627.636	1370.273
111	556750.644	4477791.667	1340.755	556739.327	4477613.263	1375.050
113	556609.914	4478620.991	1408.625	556598.585	4478442.580	1443.552
114	556399.049	4478606.754	1447.129	556387.723	4478424.339	1481.357
116	556177.688	4478829.116	1471.848	556166.341	4478650.694	1505.980
123	555286.621	4478507.874	1630.387	555275.309	4478329.436	1664.823
124	555424.193	4478081.359	1606.478	555412.887	4477902.927	1640.780
125	555436.679	4477853.221	1561.748	555425.376	4477674.790	1595.485
129	556536.061	4477846.538	1351.869	556524.745	4477668.129	1386.146
130	554634.417	4481025.446	2160.194	554623.370	4480846.630	2194.502
131	556537.983	4482965.448	2029.946	556526.577	4482807.011	2063.818
132	557021.603	4481324.609	1873.023	557010.623	4481350.811	1907.383
133	553907.305	4484500.295	2284.325	553895.906	4484321.775	2318.681
134	554200.854	4485239.031	2225.595	554189.437	4485060.509	2259.713
135	554098.778	4485172.577	2226.699	554087.364	4484994.053	2290.909
136	553889.667	4485127.072	2282.536	553878.256	4484948.544	2316.641
137	554412.782	4485021.294	2106.677	554401.367	4484842.778	2141.026
138	557091.398	4481749.446	1878.364	557080.310	4481570.667	1912.886
139	555896.683	4481324.609	1982.982	555887.612	4481350.811	2017.144
142	554939.665	4480786.768	2092.174	554928.618	4480607.961	2126.527
143	555224.751	4480728.989	2096.429	555213.703	4480550.188	2129.999
145	555648.617	4480829.298	2018.418	555637.561	4480650.504	2052.953
146	556085.092	4480811.013	2099.818	556074.032	4480632.227	2133.999
148	555124.563	4481917.169	1905.413	555113.494	4481738.351	1939.024
149	556987.827	4481116.004	1900.095	556976.751	4480937.230	1934.536
150	557001.988	4480776.482	2092.062	557006.841	4480597.676	2126.841
151	555105.350	4480752.459	2090.972	555094.243	4480579.447	2125.103
152	555472.813	4483888.334	1834.769	555461.404	4483709.858	1869.440
301	556621.694	4478844.530	1442.866	556610.361	4478666.118	1477.812
302	555233.413	4478712.746	1694.044	555222.099	4478534.305	1729.189
303	555319.535	4481644.844	2063.456	555308.468	4481466.033	1998.764
304	556385.834	4481354.415	2083.701	556374.760	4481175.628	2118.787
305	555985.092	4482866.207	1909.853	555973.695	4482687.757	1944.649
306	554943.235	4484488.858	1988.372	554931.823	4484310.361	2023.085
500	554943.235	4484488.858	1988.372	554931.823	4484310.361	2023.085
501	554177.277	4484540.483	2210.975	554165.873	4484361.968	2246.605
505	554517.908	4484991.981	2076.010	554506.492	4484813.468	2110.666
504	554660.980	4484509.445	2036.510	554649.571	4484330.941	2071.206
502	554852.296	4483559.007	2067.207	554840.902	4483380.520	2101.502
503	554159.027	4484126.103	2195.196	554147.631	4483947.593	2230.123

Tablo 4: Uygulama ağı koordinat değerleri

#### 4.1. Dönüşüm Parametreleri ve Duyarlık Ölçütleri

Datum dönüşüm modellerinden Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modelleriyle yapılan çözümden  $V$  dönüşüm parametreleri ve  $Q_{vv}$  ters ağırlık matrisi elde edilmiştir. Bu değerler kullanılarak datum dönüşüm parametreleriyle istatistiksel irdeleme yapılarak parametrelere anlamlılık testi uygulanmıştır, (Tablo 5).

Dönüşüm Parametresi	Bursa-Wolf Modeli				Molodensky-Badekas Modeli			
	V	$Q_{vv}$	$t_i$	Sonuç	V	$Q_{vv}$	$t_i$	Sonuç
$X_0$	-190.05995	142407.91991	0.07489	Anlamlı	-0.12227	0.1817357445	0.04265	Anlamlı
$Y_0$	2.05762	155486.46609	0.00078	Anlamlı	0.23949	0.1773139726	0.08447	Anlamlı
$Z_0$	-387.06407	316415.53743	0.10232	Anlamlı	-0.77119	0.6287497505	0.14462	Anlamlı
$\epsilon_x$	-0.0001904	0.0000000675	0.10898	Anlamlı	-0.0001904	0.0000000675	0.10897	Anlamlı
$\epsilon_y$	0.0000705	0.0000000011	0.31608	Anlamlı	0.0000705	0.0000000011	0.31608	Anlamlı
$\epsilon_z$	0.0000032	0.0000000076	0.00546	Anlamlı	0.0000032	0.0000000076	0.00546	Anlamlı
$\kappa$	0.0000022	0.0000000070	0.00391	Anlamlı	0.0000022	0.0000000070	0.00391	Anlamlı

Tablo 5: Datum dönüşüm parametreleri

#### 4.2. Koordinat Değerlerine Getirilen Düzeltmeler, Duyarlık ve Güvenirlik Ölçütleri

Datum dönüşümü için yapılan uygulama sonucunda  $X$  koordinatlara gelen düzeltme değerleri vektörü elde edilmiş ve  $X$  vektöründen  $V_p = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$  konum düzeltmeleri hesaplanarak noktalar için bu değerler sıralanmıştır, (Tablo 6 ve Tablo 7). Bu iki tablo incelendiğinde uyumsuz ölçüler testi öncesinde 303 numaralı noktanın  $V_p$  değerinin çok büyük bir değer olduğu, ayrıca 100, 501, 302, 101 noktalarının  $V_p$  değerlerinin de büyük değerler olduğu görülmüştür. Geleneksel çözüm yöntemi ile yapılan uyumsuz ölçüler testi sonucunda bu noktaların yanı sıra 148, 143, 105 ve 131 numaralı noktaların da uyumsuz ölçü olarak çıktığı ve başlangıç dengelemesinde küçük değerler olan  $V_p$  değerlerinin ölçü grubundan nokta çıkartıldıkça büyüdüğü görülmüştür.

Nokta No	$V_p$	Nokta No	$V_p$	Nokta No	$V_p$	Nokta No	$V_p$	Nokta No	$V_p$
131	0.348980	102	1.506678	110	1.946591	145	2.125030	133	2.637749
132	0.711541	111	1.516540	304	1.955936	500	2.131192	130	2.718716
138	0.714605	143	1.572982	502	1.967910	135	2.199637	123	2.735117
306	0.817385	114	1.580265	134	2.010014	151	2.202998	150	2.906949
149	0.862587	116	1.626292	125	2.041660	136	2.278510	503	3.068428
326	0.935906	305	1.659978	301	2.060574	505	2.329690	101	3.369518
139	1.399807	109	1.666961	325	2.069483	504	2.343393	302	3.448241
148	1.407941	152	1.773668	113	2.096420	105	2.350673	501	3.673955
104	1.433795	300	1.825611	137	2.105898	124	2.570287	100	3.792215
146	1.449290	103	1.864942	106	2.123415	142	2.579967	303	97.03641

**Tablo 6:** Koordinat düzeltme ve ters ağırlık matrisi değerleri (uyuşumsuz ölçüler testi öncesi)

Nokta No	V <sub>p</sub>	Nokta No	V <sub>p</sub>	Nokta No	V <sub>p</sub>	Nokta No	V <sub>p</sub>	Nokta No	V <sub>p</sub>
133	0.079382	504	0.180194	106	0.279994	130	0.377175	325	0.498743
505	0.139878	305	0.183505	135	0.284734	134	0.399456	132	0.506856
104	0.142892	137	0.206489	114	0.290805	138	0.420522	125	0.507070
152	0.144106	306	0.218711	110	0.300874	151	0.431118	146	0.508036
300	0.147054	123	0.235856	136	0.344162	149	0.434552	503	0.508250
124	0.152010	109	0.240853	116	0.345447	113	0.463611	139	0.528610
500	0.160730	502	0.243018	145	0.347188	301	0.463673	304	0.545860
102	0.161547	111	0.257325	142	0.366418	103	0.465267	150	0.560688
326	0.169991								

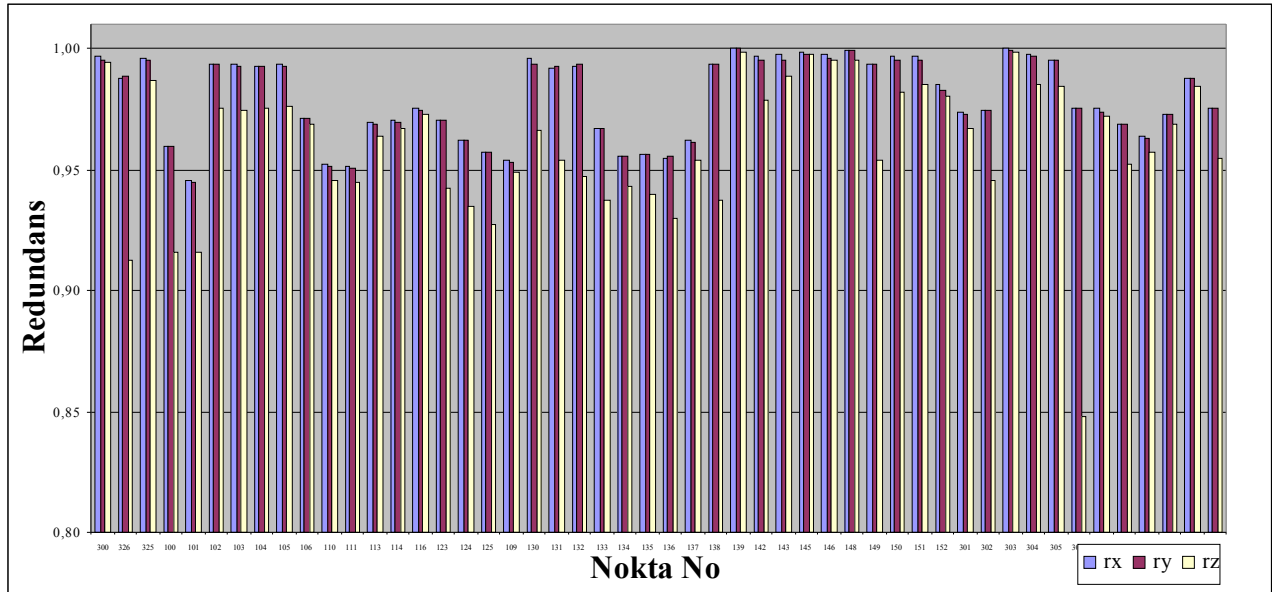
**Tablo 7:** Koordinat düzeltme ve ters ağırlık matrisi değerleri (uyuşumsuz ölçüler testi sonrası)

Datum dönüşüm modelleri için yapılan uygulama sonuçları kullanılarak Tablo 1’de verilen lokal duyarlık ölçütleri kriterlerinden Helmert nokta konum hataları hesaplanmış ve her nokta için hesaplanan değerler sıralanmıştır (Tablo 8). Uygulama noktalarının koordinatlarından elde edilen Şekil 1 ve Tablo 8 incelendiğinde büyük nokta konum hatalarına sahip olan noktaların belli ağırlık ortasına yakın bir bölgesinde, 303 numaralı noktanın etrafında olduğu, küçük nokta konum hatalarına sahip olan noktalarınsa genelde ağırlık dış bölgelerinde olduğu görülmüştür. Bir diğer duyarlık ölçütü kriteri olan Werkmeister nokta konum hataları hesaplanmış ve aynı sonuca ulaşılmıştır.

Uygulama sonuçları kullanılarak güvenilirlik ölçütlerinin hesabında kullanılan redundans matrisinin elemanları hesaplanmıştır. Datum dönüşümü için yazılan bilinmeyenli koşullu ölçüler dengelemesi matematik modelinde nokta koordinatları ölçü değeri olarak kullanıldığı ve bu koordinatlara gelen düzeltme değerleri de bilinmeyen olarak alındığı için, güvenilirlikle ilgili bilgilerin tümü  $Q_{xx}$  ters ağırlık matrisinde toplanmıştır. Güvenirlik ölçütleri için hesaplanan normlandırılmış redundans değerlerinin grafik gösterimi Şekil 2’de verilmiştir. Grafik incelendiğinde; en büyük normlandırılmış redundans değerine sahip olan noktanın 303 noktasının olduğu, 139, 148 ve 304 noktalarının redundans değerlerinin de büyük olduğu görülmüştür.

Nokta No	Konum Hatası	Nokta No	Konum Hatası	Nokta No	Konum Hatası	Nokta No	Konum Hatası	Nokta No	Konum Hatası
306	6.798663	124	6.871532	114	6.929068	152	6.977520	151	7.012262
101	6.807227	133	6.885766	106	6.932948	130	6.986920	325	7.012830
100	6.841636	137	6.893186	301	6.935548	502	6.990439	304	7.015159
136	6.848410	505	6.899973	504	6.936956	103	6.991782	143	7.016777
125	6.850375	123	6.900080	116	6.942182	104	6.992717	300	7.022713
111	6.856359	326	6.906824	500	6.945176	102	6.992922	146	7.024246
110	6.859117	501	6.907913	138	6.948530	105	6.993789	145	7.030695
135	6.862933	302	6.913208	132	6.959731	142	7.003679	148	7.031336
134	6.865505	113	6.922338	131	6.965235	150	7.008080	303	7.035529
109	6.868186	503	6.926585	149	6.968898	305	7.008485	139	7.035946

**Tablo 8:** Helmert Nokta Konum Hataları



**Şekil 2:** Normlandırılmış redundanslar

### 4.3. Uyuşumsuz Ölçüler Testi

#### 4.3.1. Geleneksel Çözüm Yöntemleri

Geleneksel çözüm yöntemlerinden Data-Snooping, Tau ve t testi yöntemleri için uygulamalı olarak çözüm yapılmıştır. Yapılan çözümlerde uyuşumsuz ölçü grubu olarak aşağıdaki noktalar bulunmuştur. Her işlem adımında bir önceki adımda uyuşumsuz bulunan nokta ölçü grubundan çıkarılmıştır, (Tablo 9).

İterasyon Sayısı	Data-Snooping Yöntemi		Tau Testi Yöntemi		t-Testi Yöntemi	
	Max. $W_i$	Sonuç	Max. $T_i$	Sonuç	Max. $t_i$	Sonuç
I.İterasyon	462.584930	303 uyuşumsuz	11.950829	303 uyuşumsuz	11.908969	303 uyuşumsuz
II.İterasyon	5.083033	501 uyuşumsuz	3.703788	501 uyuşumsuz	3.690536	501 uyuşumsuz
III.İterasyon	4.611876	105 uyuşumsuz	3.501296	105 uyuşumsuz	3.488494	105 uyuşumsuz
IV.İterasyon	4.309000	100 uyuşumsuz	3.393981	100 uyuşumsuz	3.381293	100 uyuşumsuz
V.İterasyon	4.074890	143 uyuşumsuz	3.320342	143 uyuşumsuz	3.307644	143 uyuşumsuz
VI.İterasyon	4.120281	148 uyuşumsuz	3.493758	148 uyuşumsuz	3.480084	148 uyuşumsuz
VII.İterasyon	3.973852	131 uyuşumsuz	3.530249	131 uyuşumsuz	3.516100	131 uyuşumsuz
VIII.İterasyon	3.683896	302 uyuşumsuz	3.412677	302 uyuşumsuz	3.398662	302 uyuşumsuz
IX.İterasyon	3.854221	101 uyuşumsuz	3.712376	101 uyuşumsuz	3.696745	101 uyuşumsuz
X.İterasyon	2.475123	uyuşumlu	2.507516	uyuşumlu	2.496687	uyuşumlu

Tablo 9: Geleneksel Çözüm Yöntemleri

#### 4.3.2. Robust Kestirim Yöntemleri

Robust kestirim yöntemleri kullanılarak uyuşumsuz ölçüler grubu belirlenmeye çalışılmıştır. Bu uygulamada robust kestirim yöntemlerinden Beaton-Tukey, Andrews, Huber ve Danimarka yöntemleri ile çözüm yapılarak ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir, (Tablo 10). Bu çözümden robust kestirim yöntemlerinin büyük uyuşumsuzlukları belirleyebildiği fakat sınır değere yakın uyuşumsuzluklarda başarısız olduğu görülmüştür.

Beaton-Tukey Yöntemi					Andrews Yöntemi				
Nokta No	1. İterasyon	2. İterasyon	3. İterasyon	Sonuç	Nokta No	1. İterasyon	2. İterasyon	3. İterasyon	Sonuç
325	0.988	0.999	0.999	Kuşkulu	113	0.999	0.999	0.999	Kuşkulu
100	0.957	0.998	0.998	Kuşkulu	125	0.999	0.999	0.999	Kuşkulu
101	0.966	0.998	0.998	Kuşkulu	301	0.999	0.999	0.999	Kuşkulu
103	0.990	0.999	0.999	Kuşkulu	303	0.001	0.001	0.001	Uyuşumsuz
105	0.984	0.998	0.998	Kuşkulu					
113	0.988	0.999	0.999	Kuşkulu					
125	0.988	0.999	0.999	Kuşkulu					
131	1.000	0.998	0.998	Kuşkulu					
132	0.999	0.999	0.999	Kuşkulu	Huber Yöntemi				
134	0.988	0.999	0.999	Kuşkulu	Nokta No	1. İterasyon	2. İterasyon	3. İterasyon	Sonuç
136	0.985	0.999	0.999	Kuşkulu	303	0.276	0.276	0.276	Uyuşumsuz
143	0.994	0.998	0.998	Kuşkulu					
148	0.995	0.998	0.998	Kuşkulu					
301	0.988	0.999	0.999	Kuşkulu	Danimarka Yöntemi				
302	0.965	0.998	0.998	Kuşkulu	Nokta No	1. İterasyon	2. İterasyon	3. İterasyon	Sonuç
303	0.001	0.001	0.001	Uyuşumsuz	303	0.276	0.276	0.276	Uyuşumsuz
304	0.990	0.999	0.999	Kuşkulu					
501	0.961	0.997	0.997	Kuşkulu					

Tablo 10: Robust Kestirim Yöntemleri

#### 4.3.3. Fuzzy Mantık Yöntemi

Fuzzy mantık yöntemi kullanılarak ölçü grubundaki uyuşumsuz ölçüler belirlenmiştir. Yapılan uygulama ile aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir, (Tablo 11). Burada tüm çözümlerde uyuşumsuz ölçü olarak karşımıza çıkan 303 noktası ve geleneksel çözüm yönteminde uyuşumsuz olarak bulunan 100, 101, 302 ve 501 ölçüleri uyuşumsuz olarak bulunmuştur. Bu çözümden uyuşumsuz olarak bulunan noktaların Tablo 6'da verilen değerlerine bakıldığında, büyük nokta konum düzeltme değerine sahip olan noktalar olduğu görülmüştür.

Nokta No	Üyelik Değeri	Test Değeri	Sonuç
100	0.13354	0.0520	Uyuşumsuz
101	0.47804	0.0520	Uyuşumsuz
302	0.28423	0.0520	Uyuşumsuz
303	0.02038	0.0520	Uyuşumsuz
501	0.12845	0.0520	Uyuşumsuz

Tablo 11: Fuzzy Mantık Yöntemi

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Datum dönüşüm modellerinden Bursa-Wolf ve Molodensky-Badekas modeli bu çalışmada incelenmiş ve bir uygulamanın verileri kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Bu iki modelde de kullanılan parametrelerin sayısı ve çözüm yöntemleri aynıdır. Kullanılan modellerde genel farklılık ilkinde koordinat değerlerinin direkt ölçü değeri olarak

kullanılması, ikisinde ise ötelenmiş daha küçük koordinat değerlerinin ölçü değeri olarak kullanılmasıdır. Bu teorik çalışma ve uygulama sonuçları dikkate alınarak bilinen dönüşüm parametreleri ve ötelenmiş koordinat değerleri kullanması sebebiyle en uygun datum dönüşüm modeli olarak Molodensky-Badekas yöntemi önerilebilir.

Uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için kullanılan üç yöntem incelenmiş ve uygulama yapılmıştır. Teorik olarak inceleme yapıldığında geleneksel çözüm yöntemleri ile elde edilen sonuçların uyuşumsuz ölçülerden direk etkilendiği görülür. Uygulama sonuçları da incelendiğinde bu yöntemlerle elde edilen sonuçlar üzerinde uyuşumsuz ölçülerin etkisinin olduğu ve her adımda belirlenen uyuşumsuz ölçünün ölçü kümesinden çıkarılmasının sağlıklı bir işlem olmadığı anlaşılmaktadır. Uyuşumsuz ölçü gruplarının belirlenmesi için kullanılan Robust kestirim yöntemlerinde seçilen amaç fonksiyonunun özelliklerine göre yeniden ağırlıklandırma ile çözüm yapılmaktadır. Robust yöntemleri ölçüler için istatistiksel bir irdeleme yapamadıkları için sınır uyuşumsuz ölçüleri belirlemede zorlanırlar. Robust kestirim yöntemlerinin de geleneksel çözüm yöntemleri gibi iteratif olarak sonuç vermesi bu yöntemin diğer dezavantajıdır. Fuzzy mantık yöntemi ile uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi işleminde EKKY'ne göre yapılan çözümde elde edilen redundans matrisi elemanlarını kullanarak ölçülerin üyelik değerleri belirlemede ve uyuşumsuz ölçü grubu oluşturulmaktadır. Fuzzy mantık yönteminde gerçek hatanın istatistiki bir değeri olan düzeltmelerin değil, gerçek hatanın bir fonksiyonu olan R redundans matrisi elemanlarının inceleniyor olması bu yöntemi öne çıkarmaktadır. Ayrıca bu çözüm yönteminin iteratif olmaması en büyük avantajıdır.

## 6. KAYNAKLAR

- Aksoy, O. U., 1999, *Jeodezide Değişimler*, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, Sayı: 86, Sayfa: 40.
- Aliosmanoğlu Ş. and Akyılmaz, O., 2001, *A Comparison Between Statistical and Fuzzy Techniques in Outlier Detection*, IAG 2001 Scientific Assembly, Sayfa: 105-112.
- Arslan, E., *GPS Koordinatlarından Ülke Koordinatlarına Dönüşüm*, Türkiye 6. Bilimsel ve Teknik Harita Kurultayı, Sayfa: 303-319, Ankara.
- Dilaver, A. ve Konak, H., 1998, *Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Yerelleştirilmesinde Kullanılan Yöntemlerin Davranışları –II Fuzzy Logic Yaklaşımı*, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, Sayı: 85, Sayfa: 91-109.
- Grafarend, E.W., Sanso, *Optimization and Design of Geodetic Networks*, Springer-Verlag, Sayfa:526-546, NewYork.
- Hampel, F., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J. and Stahel, W. A., 1986, *Robust Statistics The Approach Based on Influence Functions*, A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons, New York.
- Hekimoğlu, Ş., 1995, *Redundansların Denkleştirilmesi (Eşredundanslı Tasarım), Eşredundanslı M-Kestirim ve Redundansları Denkleştiren Genelleştirilmiş M-Kestirimi*, Türk Haritacılığının 100. Yılı Kutlamaları Sempozyumu, Sayfa: 437-456, Ankara.
- Hekimoğlu, Ş., Ayan, T., Aktaş, O.A., 1993, *Birden fazla Uyuşumsuz Ölçünün Robust Kestirim Yöntemi İle Tanısı ve Uyuşumsuz Ölçü Testiyle Belirlenmesi*, Prof. Dr. H. Wolf Sempozyumu, Sayfa : 171-202, İstanbul.
- Kara, H. H., 1998, *Ölçülerin İteratif Çözüm Yöntemleri İle Belirlenmesinde Geleneksel EKKY İle Değişik Robust Kestirim Yöntemlerinin Uygulanması ve Karşılaştırılması*, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Karanfil, S., 1994, *Bulanık Kümeler ve Bulanık Mantığın Temelleri*, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul..
- Karanfil, S., 1997, *Fuzzy Lojik Problemlerinde Üyelik Fonksiyonunun Belirlenmesinde Deneysel Verilere Dayanarak Bir Yöntem Geliştirilmesi*, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Konak H., Dilaver, A. ve Kurt, O., 1999, *Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi Sürecinde Fuzzy Logic (Bulanık Mantık) Yaklaşımı*, Türkiye 7. Bilimsel ve Teknik Harita Kurultayı, Sayfa:213-228, Ankara.
- Öztürk, E., Şerbetçi, M., 1992, *Dengeleme Hesabı Cilt III*, KTÜ Basımevi, Sayfa :470 .
- Pilgrim, L., 1996, *Robust Estimation Applied to Surface Matching*, ISPRS Journal of Photogrammetry And Remote Sensing, Sayfa: 243-257.

- Shi, Y., Ebenhart, R., Chen, Y., 1999, *Implementaion of Evolutionary Fuzzy Systems*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems,, Sayfa: 109-119.
- Thomson, D. B., 1976, *Combination of Geodetic Networks*, Ph. D. Thesis, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, New Brunswick.
- Uzun, Y., 2003, *Üçboyutlu Astrojeodezik Dik Koordinat Sistemlerinde Dönüşüm Modelleri ve Uyuşumsuz Ölçü Gruplarının Belirlenmesi Yöntemlerinin Karşılaştırılması*, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Ünal, T., 1981, *Ülke Nirengi Ağlarını Yerleştirme, Yönelme Ve Dengeleme Yöntemleri*, Doçentlik Tezi, Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi Harita Kadastro Fakültesi, İstanbul.
- Yalçınkaya, M., Teke, K., Bayrak, T., 2003, *GPS İle Ölçülen Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu*, TUJK Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Sayfa: 162-175, Konya.
- Yazıcıoğlu, H., 1997, *Bulanık Mantık Teorisi ve Yeni Bir Kontrolör Tasarımı*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.