

# GEOİT BELİRLEME YÖNTEMLERİ

E. Arslan<sup>1</sup>, M. Yılmaz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Istanbul Teknik Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, [earslan@srv.ins.itu.edu.tr](mailto:earslan@srv.ins.itu.edu.tr)

<sup>2</sup>Istanbul Teknik Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, [yilmazmeh@itu.edu.tr](mailto:yilmazmeh@itu.edu.tr)

## ÖZET

*Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Geoit modelleri lokal, bölgesel veya global alanlar için geliştirilebilir. Geoit belirleme yöntemleri kullanılan verilere ve modellere göre sınıflandırılabilirler. Kutuplar ve denizler dahil bütün dünya üzerindeki Gravite ölçmelerinin sayısının artması ile kombine yöntemlerin ve gravimetrik geoit belirleme yöntemlerinin presizyonu artmıştır. Son yıllarda GPS ölçmelerinin hem presizyon hem de sayıca artması GPS/nivelman yöntemi ve bu yöntemle elde edilmiş geoit yüksekliklerini veri olarak kullanan polinomlar ve bulanık mantık ilkelerine göre hesaplama yöntemlerini öne çıkartmıştır.*

**Anahtar Sözcükler:** Bulanık mantık, EGM96, geoit belirleme, GPS/nivelman, polinom katsayıları ile geoit belirleme.

## ABSTRACT

### GEOID DETERMINATION METHODS

Geoid determination is modelling of data such that geoid height can be obtained either as digitally or analogous at a point whose horizontal coordinates known. Geoid models can be developed as local, regional or global. Geoid determination methods can be classified according to used data and models. Precision of geoid determination by remove – restore and gravimetric methods are improved because of increasing number of gravity measurements all over the world including poles and oceans. Because of both precision and number of GPS measurement are increasing in recent years, GPS/levelling method and methods such as polynomial coefficients and principals of fuzzy logic which use geoid height obtained according to GPS/levelling method as data are come forward one step ahead.

**Keywords:** Fuzzy logic, EGM96, geoid determination, GPS/levelling, geoid determination by polynomial coefficients.

## 1. GİRİŞ

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Geoit modelleri lokal, bölgesel veya global alanlar için geliştirilebilir. Geoit belirleme yöntemlerini sınıflandırabilmek için, öncelikle gravite alanının global spektral davranışının tanımlanması gerekir. Bu amaçla Tscherning ve Rapp (1974) tarafından önerilen “anomali dereceli varyans modeli” kullanılabilir. Modele göre, global gravite alanının küresel harmonik açılımı ile elde edilecek gravite anomalileri ve geoit yüksekliklerinin karesel ortalama hataları hesaplanmaktadır. Global gravite alanının spektral davranışı, yani küresel harmonik açılım dereceleri (uzun, orta, kısa ve ultra kısa dalga) ile bu derecelere karşılık gelen gravite anomalilerinin ve geoit yüksekliklerinin karesel ortalama hataları arasındaki bağıntılar, geoit belirlemeden beklenen doğruluklar ile bu doğruluklara ulaşabilmek için gereken verilerin sıklığı ve doğruluğu arasında doğrudan bir ilişki kurulabilir.

Tablo 1’den, gravite anomalilerinin önemli bir parçasının bölgesel jeolojik ve topoğrafik yapının neden olduğu orta ve kısa dalga içinde olduğu görülüyor. Ultra kısa dalga içinde lokal topoğrafik ve yüzey altındaki bozucu etkiler vardır. Buna göre, gravite anomalilerinden bir lokal veya global “cm” geoidinin elde edilmesi için ortalama birkaç km aralıklarla bir veya iki mgal doğrulukta gravite anomalilerine gereksinim vardır (Ayan ve Deniz, 2000).

Tablo 1, bir “cm” doğruluğundaki global geoidin belirlenmesindeki problemleri de açıklamaktadır. Tüm dünyayı kaplayan yeterli sıklıkta ve doğrulukta veriye ulaşmak uzun yıllar alacaktır. Günümüzde geliştirilen en son yer jeopotansiyel model EGM96, 1.7 milyon nokta gravite değeri, 12 milyon deniz gravite değeri, uydu altimetre ve uydu gravite verilerinden geliştirilmiştir. Modelde hesaplanan katsayılar toplamı 260640 ‘tır (URL 1). Daha doğru global jeopotansiyel model için çok daha fazla veriye ve katsayı hesabına gereksinim olduğu açıktır.

Alan Yapısı	Küresel Harmonik Açılımın Derecesi ( l )	Dalga Boyu 360° / l	Karesel Ortalama Hata	
			Δg(mgal)	N (m)
Uzun Dalga	2 - 36	180° - 10°	± 20.2	± 30.2
Orta Dalga	37 - 180	10° - 2°	± 22.5	± 2.1
Kısa Dalga	181 - 2000	2° - 10'	± 27.2	± 0.47
Ultra Kısa Dalga	2001 - 5000	20 - 8 km	± 10.8	± 0.02
	5001 - 10000	8 - 4 km	± 4.6	± 0.005
	10001 - 20000	4 - 2 km	± 1.4	< 0.001

Tablo: 1 Tscherning ve Rapp (1974) tarafından geliştirilen global küresel harmonik açılım ile gravite anomalileri ve geoit yüksekliklerinin karesel ortalama hataları arasındaki bağıntılar.

## 2. GEOİT BELİRLEME YÖNTEMLERİNİN SINIFLANDIRILMASI

İlk geoit belirlemelerde bir noktadaki astronomik enlem ve boylam ile aynı noktadaki jeodezik enlem ve boylam arasındaki farkı kullanarak geoit belirlemeye dayanan astrojeodezik yöntem kullanılmıştır. 1970'li yılların başlarında bilgisayarın hesaplarda kullanılmaya başlamasıyla birlikte düşük dereceli jeopotansiyel modeller geliştirilmiş ve geoit belirlenmiştir. 1980'li yıllarda gravite verilerinin elde edilmesi ve bilgisayarlar sayesinde hızlı fourier transformasyonu kullanılarak geoit belirlenmiştir. Yine bu yıllarda jeopotansiyel model katsayılarının derece ve seviyeleri artırılmış (n=m=180, OSU81, n=m=360 OSU86F gibi) ve geoit belirlemedeki presizyon da böylece iyileştirilmiştir. 90'lı yıllara geldiğimizde artık uydulardan konum belirleme yöntemleri sivil kullanımda da yaygınlaşmış ve GPS/nivelman yöntemi ile geoit belirleme yöntemi daha fazla kullanılmaya başlanmıştır. Ayrıca gravite verileri de uydular yardımı ile hem karada hem de denizde ve kutup bölgelerinde oldukça fazla miktarda elde edilmeye başlanmıştır. Bu da gravimetrik geoit belirleme yöntemlerinin doğruluğunu artırmıştır. Bunlara ek olarak yüksek dereceli jeopotansiyel modeller bütün dünyayı kapsayacak şekilde geliştirilmiştir.

Son yıllarda GPS veri miktarının artması ile geoit herhangi bir bölge için çok parametrelili polinom katsayıları ile belirlenebilir ve bu bölge içinde enlem ve boylamı belli olan bir noktanın geoit yüksekliği de elde edilen polinom katsayıları kullanılarak hesaplanabilir. Geoit ayrıca polinom katsayıları yerine bulanık mantık ile de belirlenebilir. Geoit belirleme yöntemleri, kullanılan veriler ve modeller dikkate alınarak aşağıda sınıflandırılmıştır;

- 1-Astro-jeodezik yöntemle geoit belirleme
- 2- Gravite değerlerine göre geoit belirleme
  - a-Stokes fonksiyonu ile
  - b- Hızlı fourier transformasyonu ile
    - I-Bir boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (1d-fft)
    - II-İki boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (2d-fft)
- 3-Sayısal yoğunluk yöntemine göre geoit belirleme
- 4-Jeopotansiyel yaklaşımı ile geoit belirleme
- 5-Kombine yöntemle geoit belirleme (remove – restore)
- 6-GPS/nivelman Yöntemine göre geoit belirleme
  - Polinomlarla geoit belirleme
  - Bulanık mantık yöntemi ile geoid belirleme

Yukarıdaki tüm modellerden bulunan sonuçların karşılaştırılabilmesi için, tüm verilerin aynı referans sistemlerine (GRS80 ve IGSN71 ) frekanslanması gerekir. Geoit belirleme yöntemleri aşağıda kısaca açıklanacaktır.

### 3.1 Astro – jeodezik olarak geoitin belirlenmesi

Eğer çekül sapması verilmişse (yada elde edilebiliyorsa), geoitin şekli kolayca belirlenebilir. Bir ds mesafesinde geoit yüksekliği N'deki değişim aşağıdaki şekilde hesaplanabilir (**Heiskanen ve Moritz, 1967**)

$$dN = -\epsilon ds \quad (1)$$

Eşitlikte  $\epsilon$  kenar doğrultusundaki çekül sapmasıdır ve aşağıdaki eşitlikle hesaplanır

$$\epsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (2)$$

eşitlikteki  $\alpha$  kenarın azimutu,  $\xi$  ve  $\eta$  ise sırasıyla noktadaki çekül sapmasının meridyen ve birinci düşey doğrultudaki bileşenleridir ve aşağıdaki formüllerden hesaplanırlar.

$$\begin{aligned}\xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \cos \varphi\end{aligned}\quad (3)$$

burada,  $\varphi$  ve  $\lambda$  noktanın jeodezik enlem ve boylamı,  $\Phi$  ve  $\Lambda$  ise noktanın astronomik koordinatlarıdır. Eğer A başlangıç noktasındaki geoit yüksekliği biliniyorsa, bir AB kenarı boyunca geoit yüksekliğindeki değişim  $\Delta N$  değeri aşağıdaki integralle hesaplanabilir ve buna bağlı olarak B noktasındaki geoit yüksekliği bulunur.

$$N_B = N_A - \int_A^B \epsilon ds \quad (4)$$

Geoitin bu şekilde belirlenmesi, hem astronomik koordinatları hem de jeodezik koordinatları içermesi nedeniyle **astro-jeodezik** yöntemle geoit belirleme olarak adlandırılır.

$\varphi$  ve  $\lambda$  eskiden triangülasyon ile belirlenirdi ve çok yorucu ve zaman alan bir işti, oysa bugün daha güvenilir bir tarzda GPS ölçmeleri ile kolayca belirlenebilirler(Ollikainen, 1997).

Günümüze kadar çekül sapması bileşenleri  $\xi$ ,  $\eta$ 'nin belirlenmesi çok zaman alıcı idi. Günümüzde bu değerlerin belirlenmesi CCD (Charge Coupled Device) kameralar ile hızlandırılmış ve ileride ölçmelerin otomatik olarak yapılması için çalışmalar devam etmektedir(Gerstbach, 1996).

### 3.2 Gravite değerleri ile geoit belirleme

#### 3.2.1 Stokes Fonksiyonu ile geoit belirleme

Stokes'un sınır değer problemi geoitin gravimetrik olarak hesaplanmasıdır. Stokes problemi geoit yüzeyi üzerindeki her nokta için verilen gravite anomalilerinden (kütlenin dışında harmonik olan) bir potansiyelin hesaplanmasıyla ilgilidir. Sonuç olarak geoitin dışındaki hiçbir kütleyle izin verilmediğinden, yeryuvarının topoğrafyası matematiksel olarak elimine edilmelidir(Sideris, 1994).

Laplace denklemini sağlayan bozucu potansiyeli (T) hesaplamak için kullanılacak klasik sınır değer problemi aşağıda ifade edilmiştir.

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (5)$$

Burada,  $\nabla^2$  laplace operatörü ve geoit üzerindeki bir sınır koşulu altında, küresel yaklaşımda, örneğin referans elipsoidinin basıklığının relatif hatası ihmal edildiğinde

$$\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r} T + \Delta g = 0 \quad (6)$$

olur. Eşitlikte,  $\frac{\partial}{\partial r}$  radyal düşey türevi göstermektedir. (5) eşitliğinin (6) koşulu altındaki çözümü geoit üzerindeki gravite anomalilerinin ( $\Delta g$ ) bir fonksiyonu olarak bozucu potansiyel T'yi verir ve Stokes integrali ile aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$T = \frac{R}{4\pi\sigma} \iint \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (7)$$

Burada,

R :yeryuvarının ortalama yarıçapı

$\sigma$  :yeryuvarının yüzeyini

S( $\Psi$ ) :Stokes fonksiyonunu gösterir ve aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\begin{aligned}S(\Psi) &= \frac{1}{\sin(\Psi/2)} - 6 \sin \frac{\Psi}{2} + 1 - 5 \cos \Psi - 3 \cos \Psi \ln \left( \sin \frac{\Psi}{2} + \sin^2 \frac{\Psi}{2} \right) \\ \sin^2 \frac{\Psi}{2} &= \sin^2 \frac{\varphi_P - \varphi}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_P - \lambda}{2} \cos \varphi_P \cos \varphi\end{aligned}\quad (8)$$

$\Psi$  veri noktası  $(\varphi, \lambda)$  ve hesap noktası  $(\varphi_p, \lambda_p)$  arasındaki küresel uzaklıktır. Referans elipsoidini geoit üzerindeki gravite potansiyeliyle aynı normal potansiyele sahip seçerek, bozucu potansiyel T referans elipsoidi üzerindeki normal potansiyel  $\gamma$  ile geoit yüksekliği N aşağıdaki gibi ilişkilendirilebilir.

$$T = \gamma \cdot N \quad (9)$$

Burada geoit yükseklikleri N, Bruns formülü ile geoit üzerindeki her nokta için bozucu potansiyelden aşağıdaki gibi elde edilebilirler.

$$N = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (10)$$

### 3.2.2 Hızlı Fourier Transformasyonu (2D FFT) ile geoitin belirlenmesi

Eğer bir E alanı için gravite anomalileri verilmişse, gravite anomalilerinden geoit yükseklikleri bir 2 boyutlu konvolüsyon integraliyle düzlem yaklaşımında ifade edilebilirler. M x N gridli ve  $\Delta x$  ve  $\Delta y$  aralıklı nokta gravite anomalilerini kullanarak, bir  $(x_k, y_l)$  noktasındaki geoit yüksekliği aşağıdaki diskrete konvolüsyon ile hesaplanabilir. (\* konvolüsyonu göstermektedir)

$$\begin{aligned} N \Delta g(x_k, y_l) &= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g(x_i, y_j) l_N(x_k - x_i, y_l - y_j) \Delta x \Delta y \\ &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \Delta g(x_k, y_l) * l_N(x_k, y_l) \end{aligned} \quad (11)$$

$$l_N(x_k - x_i, y_l - y_j) = \begin{cases} [(x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2]^{-1/2}, & x_k \neq x_i \text{ yada } y_l \neq y_j \\ 0, & x_k = x_i \text{ ve } y_l = y_j \end{cases}$$

$l_N$ 'nin tekilliğini (singularity) hesaba katmak için, kernel orijinde sıfıra (0) eşitlenir ve hesap noktasındaki gravite anomalisinin  $N^{\Delta g}$ 'ye katkısı ayrıca hesaplanmalıdır.

Geoit yükseklikleri 2 boyutlu hızlı Fourier transformasyonu ile aşağıdaki gibi hesaplanabilirler

$$\begin{aligned} N \Delta g(x_k, y_l) &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \mathbf{F}^{-1} \{ \mathbf{F} \{ \Delta g(x_k, y_l) \} \mathbf{F} \{ l_N(x_k, y_l) \} \} \\ &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \mathbf{F}^{-1} \{ \Delta G(u_m, v_n) L_N(u_m, v_n) \} \end{aligned} \quad (12)$$

burada

<b>F</b>	2D diskrete Fourier transformasyonunu (2D FFT)
<b>F<sup>-1</sup></b>	ters 2D diskrete Fourier transformasyonunu göstermektedir
<b>u ve v</b>	ise sırası ile x ve y'ye karşılık gelen frekanslardır.

$\Delta G$  diskrete fourier transformasyonu ile hesaplanmalıdır, öteyandan  $L_N$  ya diskrete fourier transformasyonu (DFT) ile yada sürekli fourier transformasyonu (CFT) ile hesaplanmalıdır.  $\Delta G$  CFT ile hesaplanırsa  $L_N = (u^2 + v^2)^{-1/2} = q^{-1}$ 'i verir. Burada q radyal frekansdır ve 12 numaralı eşitlikte kullanmak için diskrete edilir.

### 3.3 Sayısal yoğunluk modeli ile geoitin belirlenmesi

Yöntemin temel düşüncesi çok basittir. Yeryuvarının gravite alanının ve geometrisinin ölçüleri gerçekleştirilmiştir ve bu ölçülerden yararlanarak geoitin şekli belirlenebilir. Bu yöntemde, bilgisayar kullanarak, verilen gözlemlere kesinlikle uyan bir yeryuvarı kütle modeli oluşturulur. Yani, model potansiyel sayı, enlem ve boylamı verilen bir noktada gözlenen gravite değeri üretir. Model uydu altimetrisiyle, deniz seviyesi ölçümleri ile uyuşur (**Heikkinen,1981**).

Yeryuvarının iç yoğunluk dağılımı için bir model bilindiğinde, herhangi bir büyüklük (geoit yüksekliği, yeryuvarının fiziksel yüzeyi, uzayda gravite) Newton'un çekim kanunu kullanılarak yeryuvarının gravite alanının ölçmelerinden basitçe tek anlamlı olarak hesaplanabilir. Yöntem farklı gözlem verilerine kolayca uygulanabilir.

### 3.4 Jeopotansiyel model yaklaşımı ile geoitin belirlenmesi

Yeryuvarının gravite alanının (W) küresel harmonik gösterimi Heiskanen ve Moritz'e göre

$$W(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right\} + \Phi \quad (13)$$

Burada,

$r, \theta, \lambda$

:W'nin hesaplanacağı noktanın kutupsal (polar) koordinatları

GM

: Gravitasyonel sabit

a

:referans elipsoidinin büyük yarıçapı

$P_{nm}(\cos \theta)$

:tam olarak normalize edilmiş 1. çeşit Lejandre fonksiyonu

$C_{nm}, S_{nm}$

:Yeryuvarının gravitasyonel alanının tam olarak normalize edilmiş küresel harmonik katsayıları, ve

$\Phi$

:merkezci kuvvetin potansiyeli ve ( $\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \varphi$ ,  $\omega$  yeryuvarının açısal dönme hızı)

Bir döne elipsoidin potansiyeli küresel açıyla aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$U(r, \vartheta) = \frac{GM'}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\cos \vartheta) \right\} + \Phi \quad (14)$$

burada,  $M'$  referans elipsoidinin kütlesidir. Bozucu potansiyelin (T) standart gösterimi ise

$$T(r, \vartheta, \lambda) = W - U = \frac{GM}{r} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right\} \quad (15)$$

burada,  $\Delta C_{nm}$  ve  $\Delta S_{nm}$  jeopotansiyel katsayılar ile elipsoidal katsayılar arasındaki farklardır. ( $M - M'$  farkının küçük olduğu düşünülür) ve  $M'$  yerine M yazılabilir.

Fiziksel jeodezinin sınır koşullarını dikkate alındığında, gravite anomalileri için aşağıdaki açılımları elde edilir.

$$\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right\} \quad (16)$$

ve geoid yükseklikleri Bruns eşitliği ile aşağıdaki biçimde elde edilirler.

$$N(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right\} \quad (17)$$

burada,  $\gamma$  P(r,  $\theta, \lambda$ ) noktasındaki normal gravite değeridir.

Genelde, yeryuvarının gravite alanı daha kısa dalga boyu bilgilerini de içerdiği için, modelde daha fazla katsayı oldukça modelin daha presizyonlu olduğu söylenebilir (Sevilla, 1994).

### 3.5 Kombine (Remove – Restore) yöntemi ile geoidin belirlenmesi

Geoid yüksekliğinin hesabı, bu yöntemde aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$N = N_{model} + N_R + \delta N_R \quad (18)$$

Burada;

$N_{model}$  ; Jeopotansiyel modelden hesaplanan geoit yükseklikleri

$N_R = \frac{R}{4\pi\gamma\sigma} \int \Delta g_{RFA} S(\Psi) d\sigma$  ; Stokes'un integral formülünü kullanarak, istenen grid ve noktalar üzerindeki co-geoidin hesaplanan artık geoit yükseklikleri

$\delta N_R = \frac{1}{\gamma} \delta W_{RT}$  ; Geoitdeki hesaplanan dolaylı arazi etkisi.

### 3.6 GPS/nivelman yöntemine göre geoitin belirlenmesi

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte koordinatları elde etmek için birbirini gören noktalarda klasik yöntemlerle çok yorucu ve zaman alıcı olan açı ve kenar ölçmeleri yapılırdı. GPS kullanılarak koordinatların elde edilmesinde noktalarının birbirini görme zorunluluğu ortadan kalkmıştır ve nirengi ağlarının kurulması daha kolay ve esnek hale gelmiştir.

Bununla birlikte GPS ile elde edilen yükseklikler geleneksel yükseklik ölçme yöntemleri (nivelman) ile elde edilen yüksekliklerden farklı bir yükseklik sistemindedir. GPS verilerinden elipsoidal yükseklik h kolaylıkla elde edilebilir. Nivelman ile ortometrik yükseklikler (H) elde edilir, bu yükseklikler geoite göre belirlenir. Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

$$h = H + N \quad (19)$$

burada, N geoit yüksekliğidir. Yukarıdaki eşitlik GPS / Nivelman yöntemine göre geoit belirlemenin temel eşitliğidir. Eğer bir noktada ortometrik yükseklik (H) ve elipsoidal yükseklik (h) biliniyorsa geoit yüksekliği (N) kolaylıkla bulunabilir.

Son yıllarda GPS/nivelman yöntemine göre elde edilmiş geoit yükseklik değerlerini veri olarak kullanan polinom ve bulanık mantık ilkelerine göre geoit yüksekliğini belirleme çalışmaları hesap kolaylığı ve presizyonlu sonuçlar vermesi bakımından tercih edilmektedirler. Her iki hesaplama yönteminde de bölgeyi temsil edecek şekilde yeterli sayıda nokta bulunması gerekmektedir. Polinomlarla hesapta en az 5. dereceye kadar katsayıların belirlenmesi, bulanık mantık ilkelerinde ise alt küme sayısının presizyonlu sonucu verecek şekilde seçilmesi gerekmektedir.

## 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesidir. Geoit belirleme yöntemlerinin başlıcaları; Astro-jeodezik, nokta gravite değerlerine göre (Hızlı Fourier Transformasyonu), sayısal yoğunluk, jeopotansiyel yaklaşım, GPS/Nivelman ve kombine (remove – restore) yöntemleridir.

Bu yöntemlerden, kombine yöntem son yıllarda kullanımı artan, ve geoit modellerinin iyileştirilmesinde tercih edilen bir yöntemdir. GPS/Nivelman yöntemi ise GPS ile ölçmelerin hızlı ve hava koşullarından bağımsız olması ve hesap kolaylığı gibi nedenlerden dolayı tercih edilmektedir. GPS/nivelman yöntemine göre geoit yüksekliklerinin veri olarak kullanıldığı polinom ve bulanık mantık ilkelerine göre geoit belirleme yöntemleri hesap kolaylığı ve presizyonlu sonuçlar vermesi nedeni ile gittikçe yaygınlaşmaktadır. Astro-jeodezik yöntem, eskiden astronomik enlem ve boylam çok uzun süren ölçmelerden sonra elde edilebildiği için önemini kaybetmişti ama son yıllarda CCD kameralarla ölçme süresi önemli ölçüde kısalmış ve astronomik enlem-boylam daha kolay elde edilir hale gelmiştir. Fotoğraf çekimlerini otomatik hale getirme çalışmaları sonuçlandırıldığında, bu yöntemin kullanımı artacaktır. Jeopotansiyel yaklaşımda, küresel harmonik katsayılarından faydalanılarak geoit hesaplanır. Modelde geoit hesabı, şu ana kadar katsayılar derece ve seviye 360'a kadar presizyonlu bir şekilde hesaplanabilmiştir. Hızlı Fourier transformasyonu ile aynı anda bütün ölçme noktalarında geoit yükseklikleri hesaplanabilir. Fourier transformasyonun özelliğinden dolayı aliasing ve sızıntı (leakage) hataları oluşmaktadır.

Geoit belirlemek için başlıca yöntemler yukarıda belirtilmiştir. Bu yöntemlerden en uygunu, eldeki verilerin çeşitliliğine ve istenen presizyona göre belirlenir. Örneğin, GPS ve nivelman ölçmelerinin var olduğu bir yerde GPS/Nivelman yöntemi uygundur. Öte yandan, gravite değerleri elde edilmişse ve presizyonlu bir geoit belirlenmesi isteniyorsa kombine yöntem seçilebilir.

## KAYNAKLAR

**Ayan T., Deniz R.,** *Fiziksel Jeodezi Ders Notları*, İ.T.Ü., 128 s.

**Gerstbach G.,** 1996. *How to get an European centimeter geoid ("astro-geological geoid")*, Physics & Chem. Research of Earth.

**Heiskanen W. A, Moritz, H,** 1967. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Company. San Francisco

**Heikkinen M.,** 1981. *Solving the Shape of the Earth by Using Digital Density Models*, reports of the Finnish Geodetic Institute, 81:2, Helsinki.

**Ollikainen M.,** 1997. *Determination of Orthometric Heights Using GPS Levelling*, Finnish Geodetic Institute, No:123, Kirkkonummi.

**Sevilla M. J.,** 1994. *A new gravimetric geoid in the Iberian Peninsula*, Bulletin D'information N.77, IgeS Bulletin N.4 Special Issue Page 163-180.

**Sideris M.G.,** 1994. *Geoid determination by FFT Techniques*, International School for the Determination and Use of the Geoid, Milan, Italy, October10-15.

**URL 1,** Ulusal Jeodezik Harita Merkezi (NGS, ABD) İnternet sitesi, Geoit Sayfası - Ocak 2004, [http://www.ngs.noaa.gov/GEOID/geoid\\_def.html](http://www.ngs.noaa.gov/GEOID/geoid_def.html), 15 Aralık 2004.