

NOKTA YOĞUNLUĞUNUN GEOİT HESABINA ETKİSİ

M. Yılmaz¹, E. Arslan²

¹İstanbul Teknik Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, yilmazmeh@itu.edu.tr

²İstanbul Teknik Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, earslan@srv.ins.itu.edu.tr

ÖZET

Uydulara yapılan jeodezik ölçmelerde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise geoitle ilgilidir. Bu iki yüzey çakışmaz ve iki yüzey arasındaki farka geoit ondülasyonu veya geoit yüksekliği denir. Nokta yoğunluğunun geoit yüksekliği presizyonunu etkisini araştırmak için üç değişik nokta yoğunlukları kullanılmıştır. İstanbul içine dağılmış toplam 443 noktanın 393 tanesi polinom katsayılarının hesaplanması ve 50 tanesi de hesapların test edilmesi için kullanılmıştır. Hesaplamalar sonucunda geoit yüksekliği presizyonu için ~ 25 km²'ye bir nokta yeterli olduğu görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Geoit belirleme, GPS/nivelman, nokta yoğunluğu, polinom katsayıları ile geoit belirleme.

ABSTRACT

THE EFFECT OF POINT DENSITY TO GEOID DETERMINATION

Calculation of geodetic coordinates of points are performed an ellipsoid whose shape and size converge shape and size of earth in the study area in geodetic measurements to the satellite. Measurements are done on the physical surface of the earth and related to geoid. Therefore, geoid and ellipsoid can not be collide with each other and the difference between these two surface is called geoid height or geoid undulation. Three different point densities are used to examine effect of point density to geoid height precision. 393 out of 443 points distributed in İstanbul are used to determine polynomial coefficients and rest of the points (50) are used to test of calculations. After calculations it is seen that one point in ~ 25 km² satisfies geoid height precision.

Keywords: Geoid determination, GPS/levelling, point density, geoid determination by polynomial coefficients.

1. GİRİŞ

Geoit belirleme, jeodezide uydu teknolojilerinin sivil kullanımda yaygınlaşması ile önemli bir problem haline gelmiştir. Uydulara yapılan jeodezik ölçmelerde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise geoitle ilgilidir. Bu iki yüzey çakışmaz ve iki yüzey arasındaki farka geoit ondülasyonu veya geoit yüksekliği denir ve N ile gösterilir(**Grafarend, 1994**).

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Böylece yatay konum ve elipsoidal yüksekliği bilinen bir noktanın ortometrik yüksekliği veya tersi kolayca ve presizyonlu bir şekilde elde edilebilir. Geoit yüksekliğinin bilinmesi ile uydu ölçmelerinden elde edilen elipsoidal yükseklikler ile nivelman ölçmelerinden elde edilmiş ortometrik yükseklikler arasında bir bağ kurulmuş ve iki yükseklik arasında bir uyum sağlanmış olur(**Aksoy vd., 1999**).

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte herhangi bir noktanın koordinatlarını elde etmek için, bu noktayı gören noktalara açı ve kenar ölçmelerine gereksinim vardı. Noktaların birbirini görme zorunluluğundan dolayı kenar uzunlukları da günümüzdekine göre daha kısa uzunlukta idi. GPS'le yer noktalarının birbirini görme zorunluluğu, açı ve kenar ölçmelerinin yapılması zorunluluğu ortadan kalkmıştır. Geçmişte ölçüler yatay ve düşey olmak üzere ayrı ayrı değerlendirilirdi oysa GPS 3 boyutlu bir sistemdir (**URL 1**).

2. GPS / NİVELMAN YÖNTEMİ İLE GEOİTİN BELİRLENMESİ

Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Geçmişte koordinatları elde etmek için birbirini gören noktalara ve bu noktalarda ölçme yapmak için kullanılan aletlerle çalışılırdı. GPS'le yer

noktalarının birbirini görme zorunluluğu ortadan kalkmıştır ve daha uzun kenarlarla ölçme ve değerlendirme yapılabilmektedir.

Bununla birlikte GPS ile elde edilen yükseklikler geleneksel yükseklik ölçme yöntemleri (nivelman) ile elde edilen yüksekliklerden farklı bir yükseklik sistemindedir. GPS verilerinden elipsoidal yükseklik h kolaylıkla elde edilebilir. Bu yükseklik yeryuvarının basit bir elipsoit modeline göre belirlenir ve elipsoidal yükseklik (h) olarak adlandırılır. Nivelman ölçmeleri ise ortometrik yükseklik olarak adlandırılır (H) ve bu yükseklik geoitte göre belirlenir. Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

$$h = H + N \quad (1)$$

burada, N geoit yüksekliğidir. Yukarıdaki eşitlik GPS / Nivelman yöntemine göre geoit belirleme yöntemini ifade eder(Ollikainen, 1997). Eğer bir noktada ortometrik yükseklik (H) ve elipsoidal yükseklik (h) biliniyorsa geoit yüksekliği (N) kolaylıkla bulunabilir.

Son yıllarda GPS/nivelman yöntemine göre elde edilmiş geoit yükseklik değerlerini veri olarak kullanan polinom katsayıları ile geoit yüksekliğini belirleme çalışmaları hesap kolaylığı ve presizyonlu sonuçlar vermesi bakımından tercih edilmektedir.

3. POLİNOMLARLA GEOİT YÜKSEKLİKLERİNİN HESABI

GPS / Nivelman verilerinden geoid belirlemede, pratik uygulanabilirlik ve sayısal sonuçların elde edilmesi açısından bir interpolasyon yöntemi olan “çok parametrelili polinomlarla regresyon” yöntemi ile geoit belirleme seçilmiştir. Model

$$\begin{aligned} X &= k * (\varphi_i - \varphi_0) \\ Y &= k * (\varphi_i - \varphi_0) \end{aligned} \quad (2)$$

alınarak geoit yüksekliği, İstanbul için $\varphi_0 = 41.19968$, $\lambda_0 = 28.87309$ ve $k = 100/\rho^\circ$ alınarak her nokta için

$$\begin{aligned} N &= A_{00} + A_{10}X + A_{01}Y + A_{20}X^2 + A_{11}XY + A_{02}Y^2 + A_{30}X^3 + A_{21}X^2Y + \\ &A_{12}XY^2 + A_{03}Y^3 + A_{40}X^4 + A_{31}X^3Y + A_{22}X^2Y^2 + A_{13}XY^3 + A_{04}Y^4 + A_{50}X^5 \\ &+ A_{41}X^4Y + A_{32}X^3Y^2 + A_{23}X^2Y^3 + A_{14}XY^4 + A_{05}Y^5 + A_{60}X^6 + A_{51}X^5Y \\ &+ A_{42}X^4Y^2 + A_{33}X^3Y^3 + A_{24}X^2Y^4 + A_{15}XY^5 \end{aligned} \quad (3)$$

Bir beşinci derece polinomu olarak ifade edilebilir(Ayan vd., 1999).

4. KULLANILAN VERİLER

Hesaplamalarda İstanbul ili sınırları içine dağılmış olan ve enlem, boylam ve geoit yükseklikleri İGNA projesi kapsamında GPS/nivelman yöntemine göre belirlenmiş olan 393 nokta polinom katsayılarının belirlenmesinde kullanılmıştır. Nokta yoğunluğunun geoit yüksekliğine etkisini araştırmak için üç ayrı nokta yoğunluğu ile hesaplamalar yapılmıştır. Bunlar;

- 50 nokta (nokta yoğunluğu ~ 100 km²'ye bir nokta)
- 200 nokta (nokta yoğunluğu ~ 25 km²'ye bir nokta)
- 393 nokta (nokta yoğunluğu ~ 13 km²'ye bir nokta)

Hesaplamalarda kullanılmayan 50 nokta ise hesapların kontrol edilmesi için test noktaları olarak seçilmiştir.

İlk hesaplamalar için seçilen 50 model noktasının büyük çoğunluğunu ana ağ noktaları oluşturmaktadır. 200 ve 393 noktalar bu 50 noktaya yeni noktalar ekleyerek oluşturulmuştur.

5. SAYISAL UYGULAMA

6.1. 50 Nokta ile (nokta yoğunluğu ~ 100 km²'ye bir nokta) ile geoit yüksekliği hesabı

Nokta yoğunluğunun geoit hesabına etkisini araştırmak için ilk önce seçilen 50 nokta ile (nokta yoğunluğu ~ 100 km²'ye bir nokta düşecek şekilde) polinom katsayıları bütün ölçülerin ağırlıkları eşit alınarak hesaplanmış ve bu katsayılar yardımı ile noktaların geoit yükseklikleri hem model noktalarında hemde 50 test noktasında hesaplanmıştır. 50 nokta ile yapılan hesaplamalara ilişkin değerler Tablo 1'de gösterilmiştir.

50 nokta polinom		50 nokta polinom (50 test noktası)	
	N (m)		N (m)
Max.düzeltil.	0.0809	Max. Fark	0.1060
Min.düzeltil.	-0.0734	Min. Fark	-0.1240
Hata ortal.	0.0233	Farkl. Ort.	0.0355
m_{oi}	0.0300	m_{od}	0.0468

Tablo 1: 50 nokta ile elde edilmiş polinom katsayıları ile elde edilen geoid yükseklikleri (50 model noktası ve 50 test noktasında) ile GPS/nivelman yöntemine göre geoid yükseklikleri arasındaki maksimum, minimum düzeltme ve fark değerleri, düzeltmelerin ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması ve iç ve dış doğruluk değerleri (m biriminde)

Tablo 1 incelendiğinde model noktalarının iç doğruluğu ± 3.00 cm çıkmasına karşın, test noktalarında dış doğruluk değeri ± 4.68 cm çıkmıştır. Bunun nedeni model noktalarının genelde İGNA ana ağ noktalarından seçilmesine karşın test noktalarının İGNA dayanak noktaları arasından seçilmesi ve nokta yoğunluğunun yeterli olmadığı söylenebilir.

6.2. 200 Nokta ile (nokta yoğunluğu ~ 25 km²'ye bir nokta) ile geoid yüksekliği hesabı

İkinci hesaplama ilk nokta yoğunluğunun yaklaşık 4 kat artırılması ile yani ~ 25 km²'ye bir nokta düşecek şekilde yapılmıştır. Bunun için 200 nokta seçilmiş ve yine ölçü ağırlıkları eşit alınarak anlamlı 5. derece polinom katsayıları elde edilmiştir. Bulunan bu katsayılar ile 200 model ve 50 test noktasının geoid yükseklikleri bulunmuştur. 200 nokta kullanılarak yapılan hesaplama ait değerler Tablo 2'de görülmektedir.

200 nokta polinom		200 nokta polinom (50 test noktası)	
	N (m)		N (m)
Max.düzeltil.	0.0890	Max. Fark	0.0990
Min.düzeltil.	-0.0970	Min. Fark	-0.0940
Hata ortal.	0.0328	Farkl. Ort.	0.0291
m_{oi}	0.0393	m_{od}	0.0391

Tablo 2: 200 nokta ile elde edilmiş polinom katsayıları ile elde edilen geoid yükseklikleri (200 nokta ve 50 test noktasında) ile GPS/nivelman yöntemine göre geoid yükseklikleri arasındaki maksimum, minimum düzeltme ve fark değerleri, düzeltmelerin ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması ve iç ve dış doğruluk değerleri (m biriminde)

Tablo 2'ye dikkat ettiğimizde iç ve dış doğrulukların neredeyse aynı değerde oldukları görülmektedir. Bu sonuçlarda aslında nokta yoğunluğu olarak ~ 25 km²'ye bir noktanın mevcut verilerle elde edilebilecek presizyonun sağlandığını göstermektedir.

6.3. 393 Nokta ile (nokta yoğunluğu ~ 13 km²'ye bir nokta) ile geoid yüksekliği hesabı

Son hesaplama ise, nokta yoğunluğu ~ 13 km²'ye bir nokta düşecek şekilde seçilen 393 nokta kullanılarak yapılmıştır. Hesaplanan 5. derece polinom katsayıları ile 393 model ve 50 test noktalarının geoid yükseklikleri elde edilmiştir. 393 nokta kullanılarak yapılan hesaplama ait değerler Tablo 3'de görülmektedir.

393 nokta polinom		393 nokta polinom (50 test noktası)	
	N (m)		N (m)
Max.düzeltil.	0.0959	Max. Fark	0.0841
Min.düzeltil.	-0.1030	Min. Fark	-0.0961
Hata ortal.	0.0323	Farkl. Ort.	0.0276
m_{oi}	0.0392	m_{od}	0.0374

Tablo 3: 393 nokta ile elde edilmiş polinom katsayıları ile elde edilen geoid yükseklikleri (393 nokta ve 50 test noktasında) ile GPS/nivelman yöntemine göre geoid yükseklikleri arasındaki maksimum, minimum düzeltme ve fark değerleri, düzeltmelerin ve farkların mutlak değerlerinin ortalaması ve iç ve dış doğruluk değerleri (m biriminde)

Tablo 3'deki sonuçlar ile Tablo 2'deki sonuçlara baktığımızda iki farklı nokta yoğunluğu arasında iç ve dış doğruluklar açısından çok küçük farkların olduğu anlaşılmaktadır.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Jeodezide elipsoidal ve ortometrik yükseklikler jeodezide yaygın olarak kullanılan iki yükseklik sistemidir. Bir yükseklik sisteminden diğerine geçiş iki yükseklik arasındaki fark olan geoit yüksekliği değerinin presizyonlu bir şekilde belirlenmesi ile mümkündür. GPS/nivelman yöntemine göre elde edilmiş geoit yükseklik değerleri pratik kullanım kolaylığı açısından tercih edilen polinom katsayıları ile geoit yüksekliklerinin elde edilmesi için kullanılmışlardır.

Nokta yoğunluğunun geoit yüksekliğine etkisini araştırmak için hesaplamalar 50, 200 ve 393 nokta olmak üzere 3 farklı nokta yoğunluğu ile yapılmıştır. Model noktaları içerisinde 50 nokta ile yapılan hesaplamanın karesel ortalama hata değeri en düşük olarak bulunmuştur. Bunun nedeni seçilen 50 noktanın neredeyse tamamının İGNA projesi kapsamında oluşturulan ana ağ noktalarından seçilmiş olması nedeni ile nokta presizyonlarının daha yüksek olmasıdır. Test noktalarında ise 393 nokta ile yapılan hesaplamanın karesel ortalama hata değeri ± 3.74 cm (en küçük) olarak bulunmasına karşın 50 nokta ile yapılan hesaplamanın karesel ortalama değeri ± 4.68 cm ile en büyük değer olarak çıkmıştır. 200 ve 393 nokta ile yapılan hesaplamaların karesel ortalama değerlerine baktığımızda model noktalarında ± 0.1 mm ve test noktalarında ise ± 1.7 mm fark olduğu görülmektedir.

Sonuç olarak geoit presizyonunu hem hesaplamalarda kullanılan noktaların nokta konum doğrulukları hemde nokta yoğunluğu etkilemektedir. Nokta yoğunluğu olarak ~ 25 km²'ye bir nokta yeterli presizyonu sağlamaktadır.

KAYNAKLAR

- Aksoy A., Ayan T., Çelik R.N., Demirel H., Deniz R., Gürkan O.,** 1999. *Güncel Gelişmeler ışığında Mekansal Bilgi Sistemleri İçin Jeodezik Altyapı Ve Problemleri*, Konferans, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi, 28 Mayıs 1999, İTÜ Sosyal Tesisleri Konferans Salonu, Maçka, İstanbul.
- Ayan T., Aksoy A., Çelik R.N., Deniz R., Arslan E., Özşamlı C., Denli H., Erol S., Özöner B.,** 1999. *İstanbul GPS Nirengi Ağı (İGNA) Teknik Rapor*, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, Kasım.
- Grafarend, E. W.,** 1994. *What is geoid?*, Geoid and its geophysical interpretations, edited by Petr Vanicek and Nikolas T. Christou, Chapter 1, CRC press.
- Ollikainen M.,** 1997. *Determination of Orthometric Heights Using GPS Levelling*, Finnish Geodetic Institute, No:123, Kirkkonummi.
- URL 1,** Ulusal Jeodezik Harita Merkezi (NGS, ABD) İnternet sitesi, Geoit Sayfası - Ocak 2004, http://www.ngs.noaa.gov/GEOID/geoid_def.html, 15 Aralık 2004.