

# EN KÜÇÜK KARELER VE TOPLAM EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMLERİ İLE DEFORMASYON ANALİZİ

M. Acar<sup>1</sup>, T. Ayan<sup>1</sup>, O. Akyılmaz<sup>1</sup>

<sup>1</sup>İTÜ, İstanbul Teknik Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Müh.Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı Maslak İstanbul, [acarmusta@itu.edu.tr](mailto:acarmusta@itu.edu.tr)

## ÖZET

*Bu çalışmada, Toplam En Küçük Kareler (TEKK) yönteminin deformasyon analizinde uygulanması, elde edilen sonuçların En Küçük Kareler(EKK) yöntemi ile deformasyon analiz sonuçları ile karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu nedenle Büyükçekmece-Gürpınar heyelan bölgesinde Ekim 1997 ve Mart 1998'de gerçekleştirilen GPS gözlemleri değerlendirilmiş, bölgede meydana gelen deformasyonlar hem EKK hem de TEKK yöntemi ile analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.*

Anahtar Sözcükler: Deformasyon analizi, heyelan, dönüşüm, GPS/GNSS

## ABSTRACT

*In this study, application of Total Least Squares (TLS) method in deformation analysis and comparison of its results with the Least Squares (LS) method was aimed. In this context, GPS observations collected in a landslide area nearby Büyükçekmece-Gurpinar landslide region in October 1997 and in March 1998 were processed. The deformations that took place in the region were then analysed by both LS and TLS methods and the results were interpreted.*

Keywords: Deformation analysis, landslides, transformation, GPS/GNSS

## 1. GİRİŞ

Türkiye, deprem, heyelan, kaya düşmesi, su baskını vb. doğal afetlerin sıkça meydana geldiği ülkelerin başında gelmektedir. Sık olarak meydana gelen afetler köprü, baraj, yol, bina, liman gibi mühendislik yapılarında ve bu yapıların çevresinde büyük zararlara ve çevrelerinde değişimlere yol açabilmekte, ayrıca topoğrafyada derin izler bırakabilmektedir.

Heyelanlar da insan hayatını tehdit eden bir jeolojik afettir ve ülkelerin ekonomilerini doğrudan ya da dolaylı olarak etkileyen en önemli doğa olaylarından biridir (URL 1). Ayrıca, heyelanlar, yaratmakta olduğu olumsuz etkilerden dolayı doğal afetler içinde önemli bir yer tutarlar. Etkin oldukları bölgede yerleşim yerlerine can ve mal kaybı şeklinde zarar vermekle beraber aynı zamanda kara ve demiryolu geçkilerini, bahçe veya ekili alanlar gibi yapıları da etkilemeleri bakımından önemlidirler. Türkiye'de heyelanlar, mal ve can kayıpları açısından yarattıkları zararların büyüklüğüne göre depremlerden sonra gelen ikinci önemli doğa olayıdır (Acar ve diğ., 2008a; Ünsal, 2007; Acar ve diğ., 2004; Bayrak, 2003; Acar ve diğ., 2003).

İnsan hayatını da riske sürükleyen bu tür afetlerin etkilerinin azaltılması ve ortadan kaldırılabilmesi için heyelan ve benzeri afetlerin meydana gelebileceği bölgelerdeki zemin hareketlerinin izlenmesi bir gerekliliktir. Bu konu, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği mesleğinin önemli bir çalışma alanını oluşturmuştur.

Ölçme ve hesaplama tekniklerindeki gelişmeler, deformasyon izleme çalışmalarını, jeodezide önde gelen uygulamalardan biri konumuna getirmiştir. Günümüzde, özellikle Global Konum Belirleme Sistemi (GPS) başta olmak üzere uzay bazlı konum belirleme teknolojileri sağladıkları yüksek doğruluk, ölçme hızı ve konfor nedeniyle yer kabuğu hareketlerinin belirlenmesi, heyelanların izlenmesi, maden işletmeleri ve büyük hafriyatlarda zemin hareketlerinin kontrolü ve baraj, köprü, otoyol, demiryolu, liman v.b. mühendislik yapılarındaki deformasyonların saptanması projelerinde etkin bir şekilde kullanılmaktadır.

Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde, deformasyon analizi çalışmalarında yaygın olarak, parametre kestirimi, koordinat dönüşümleri ve çoğunlukla ikisi birden iç içe kullanılır. Ayrıca deformasyon analizinin bir diğer olmazsa olmazı matematik istatistik testlerdir.

Jeodezide en eski ve en yaygın kullanılmakta olan En Küçük Kareler (EKK) kestirimi, deformasyon analizinde de kullanılmaktadır. EKK, bilinmeyen parametreler ve gözlemler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi gösteren fonksiyonel model ve gözlemler arasındaki bağıl doğrulukları temsil eden stokastik modelden meydana gelmektedir. Bazı durumlarda, örneğin koordinat dönüşümünde, hem gözlem vektörü hem de dizayn matrisinin bazı elemanları stokastik özellikler taşır. Klasik EKK yaklaşımında bu genellikle göz ardı edilir ve bu durum çözüm sonuçları içinde bir

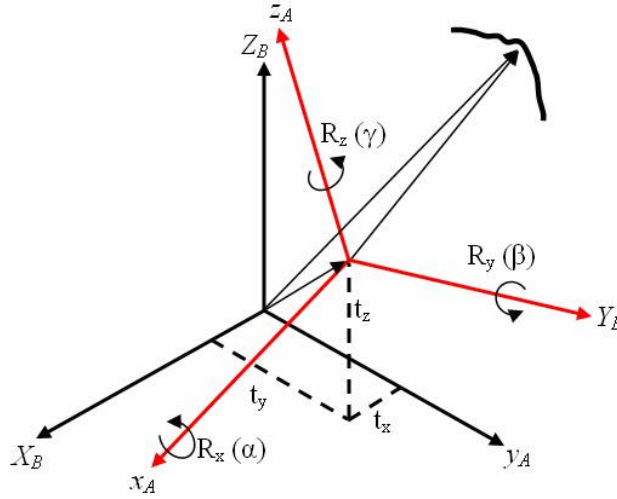
belirsizlik olarak kalır. 1980 li yıllarda, EKK kestirim yönteminin bir eksikliğini gidermek üzere ortaya atılan ve Toplam En Küçük Kareler (TEKK) adı verilen kestirim yöntemi ile hem gözlemler hem de katsayılar matrisinin tamamı ya da bir parçası stokastik bileşen olarak alınabilir. TEKK yöntemi, ölçülerin yanında dizayn matrisi elemanlarının tümünün ya da bir bölümünün hata içerdiği problemlerin çözümü için önerilmiş yeni bir yöntemdir (Acar, 2009; Akyılmaz ve diğ., 2007).

Bu çalışmada, TEKK yönteminin deformasyon analizinde uygulanması ve EKK ile karşılaştırılması amaçlanmıştır. Büyükçekmece-Gürpınar heyelan bölgesinde Ekim 1997 ve Mart 1998'de gerçekleştirilen GPS gözlemleri değerlendirilmiş, bölgede meydana gelen deformasyonlar hem EKK hem de TEKK yöntemi ile analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

## 2. DÖNÜŞÜM

### 2.1 Üç boyutlu Helmert (benzerlik) Dönüşümü

Bir  $A$  koordinat sistemi  $x_{Ai}, y_{Ai}, z_{Ai}$  da koordinatları bilinen bir noktanın ya da noktalar kümesinin, bir başka  $B$  koordinat sistemindeki koordinatları  $X_{Bi}, Y_{Bi}, Z_{Bi}$  hesaplanmasını sağlayan parametrelerin bulunması ve bunlarla yeni sistemdeki koordinatların hesaplanması jeodezide koordinat dönüşümü olarak bilinir. Bir koordinat sistemindeki noktaların oluşturduğu şeklin geometrisinin benzerlik ilkelerine uygun olarak, diğer sisteme aktarılması Benzerlik dönüşümü veya Helmert dönüşümü olarak anılır. 3D koordinat dönüşümü, yedi parametrelilik benzerlik dönüşümü olarak da bilinir. Üç boyutlu benzerlik dönüşümünde ölçek faktörü tüm doğrultularda değişmez kabul edilir. Şeklin benzerliği korunduğu için açılar değişmez. Jeodezide karşılaşılan dönüşüm problemlerinde iki koordinat sistemi genellikle paralel değildir. Şekil 2.1 koordinat eksenleri etrafındaki dönüklük, öteleme ve ölçekden oluşan dönüşüm parametrelerini göstermektedir.



Şekil 1: 3D benzerlik dönüşümü

Benzerlik dönüşümünde dönüştürülmüş koordinatların hesabı

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + (1+k)R \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} \quad (1)$$

ile verilir (Akyılmaz ve diğ., 2007; Ayan, 2003; Turgut ve İnal, 2003; Kutoğlu, 2001; Kutoğlu ve diğ. 2001; Güllü, 1999; Wolf ve Ghilani, 1997; Üstün, 1996; Kılıçoğlu, 1995; Leick, 1995; Ayan, 1981). Burada,  $(1+k)$  ölçek faktörü,  $(t_x, t_y, t_z)$  öteleme parametreleri,  $(R)$   $3 \times 3$   $x, y, z$  eksenleri doğrultusundaki ortogonal dönüklük matrisidir.

$x = [t_x \ t_y \ t_z \ (1+k) \ R_x \ R_y \ R_z]$  ile gösterilen dönüşüm parametreleri vektörünün hesaplanması için EKK gözlem eşitliklerinin katsayılar matrisi  $A$  aşağıdaki şekli alır. Burada  $n$ , dönüşüm probleminde her iki sistemde de koordinatları bilinen ortak nokta sayıdır.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1^A & 0 & -z_1^A & y_1^A \\ 0 & 1 & 0 & y_1^A & z_1^A & 0 & -x_1^A \\ 0 & 0 & 1 & z_1^A & -y_1^A & x_1^A & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x_2^A & 0 & -z_2^A & y_2^A \\ 0 & 1 & 0 & y_2^A & z_2^A & 0 & -x_2^A \\ 0 & 0 & 1 & z_2^A & -y_2^A & x_2^A & 0 \\ M & M & M & M & M & M & M \\ 1 & 0 & 0 & x_n^A & 0 & -z_n^A & y_n^A \\ 0 & 1 & 0 & y_n^A & z_n^A & 0 & -x_n^A \\ 0 & 0 & 1 & z_n^A & -y_n^A & x_n^A & 0 \end{bmatrix} \quad \dot{i}=1, \dots, n \quad (2)$$

Daha sonra buradan

$\lambda = \left\| X_1^B \ Y_1^B \ Z_1^B \ X_2^B \ Y_2^B \ Z_2^B \ \Lambda \right\|^T$  gözlem denklemleri aşağıdaki gibi

$$v = A x - \lambda \quad (3)$$

olur.  $x_s, y_s, z_s$ , ağırlık merkezi koordinatları ve  $x_i = x_s + \Delta x_i, y_i = y_s + \Delta y_i, z_i = z_s + \Delta z_i, \dot{i}=1, \dots, n$  denirse,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_1^A & 0 & -\Delta z_1^A & \Delta y_1^A \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_1^A & \Delta z_1^A & 0 & -\Delta x_1^A \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_1^A & -\Delta y_1^A & \Delta x_1^A & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \Delta x_2^A & 0 & -\Delta z_2^A & \Delta y_2^A \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_2^A & \Delta z_2^A & 0 & -\Delta x_2^A \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_2^A & -\Delta y_2^A & \Delta x_2^A & 0 \\ M & M & M & M & M & M & M \\ 1 & 0 & 0 & \Delta x_n^A & 0 & -\Delta z_n^A & \Delta y_n^A \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y_n^A & \Delta z_n^A & 0 & -\Delta x_n^A \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z_n^A & -\Delta y_n^A & \Delta x_n^A & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ve ağırlık merkezi ve kaydırılmış koordinatlarla tanımlanmış gözlem vektörü  $-\lambda = [x_s - X_1 \ y_s - Y_1 \ z_s - Z_1]^T$  elde edilir. Dönüşüm parametreleri EKK ile hesaplandıktan sonra,  $x_i^A, y_i^A, z_i^A$  koordinatları  $X_i^B, Y_i^B, Z_i^B$  koordinat sistemine dönüştürülür (Akyılmaz ve diğ., 2007; Ayan, 2003; Ayan, 1981).

## 2.2 Üç Boyutlu Dönüşümde Hata Yayılması

Deformasyon ölçülerinin değerlendirilmesinde her periyot ölçüleri ayrı olarak kendi içinde serbest ağ olarak dengelenir. Bu nedenle, her periyot ölçülerinde ağırlık datum parametreleri dengeleme hesabı içinde belirlendiğinden datum parametreleride hem ölçülerin hem de yaklaşık koordinatların bir fonksiyonu olur. Bu nedenle iki farklı periyot ölçüsünden elde edilen koordinatlar doğrudan doğruya birbiri ile karşılaştırılmaz. Periyotlar arasındaki datum birliği koordinat dönüşümü ile sağlanır. Koordinat dönüşümü ile deformasyon analizinin yapılabilmesi için serbest ağ dengelemesi sonunda elde edilen noktalara ait koordinat bilgileri yanında varyans kovaryans matrisleri arasında da datum birliğinin sağlanması gerekir.

Bilindiği gibi, üç boyutlu dönüşüm kartezyen koordinatlar üzerinden gerçekleştirilir. Dönüşüm Bursa-Wolf ya da Molodensky-Badekas modellerinden herhangi biriyle ikinci bir koordinat sistemine dönüştürülmek istenirse (1) denkleminin fonksiyonel modeli

$$l_B = t + \bar{R} l_A \quad (5)$$

olacaktır. Burada  $R$  rotasyon matrisini,  $(1+k)$  ölçek faktörünü göstermek üzere  $\bar{R} = (1+k) R$  anlamındadır. Hata analizi için eğer dönüşüm parametrelerinin doğruluğu hakkında herhangi bir bilgi yoksa, sadece koordinat bilinmeyenleri değişken olarak alınır, dönüşüm parametreleri sabit kabul edilir. Buna göre (5) eşitliğine  $1+k \cong 1$  kabul edilerek hata yayılma yasası uygulanırsa;

$$dl_B = R dl_A \quad (6)$$

ve,

$$K_{I_B I_B} = R K_{I_A I_A} R^T \quad (7)$$

elde edilir. Dönüşüm parametreleri,  $x = [t_x \ t_y \ t_z \ (1+k) \ R_x \ R_y \ R_z]$  varyans-kovaryans matrisinde yansıtılmak istenirse

$$x = (A_{oA}^T A_{oA})^{-1} A_{oA}^T l' \quad (8)$$

ile, hata yayılma yasası uygulanarak, bilinmeyenlerin varyans-kovaryans matrisi

$$dx = (A_{oA}^T A_{oA})^{-1} A_{oA}^T dl_{oA} \quad (9)$$

$$K_{xx} = Q_{xx} A_{oA}^T K_{I_A I_A} A_{oA} Q_{xx} \quad (10)$$

elde edilir. (6) eşitliğinde hem koordinatlar hem de dönüşüm parametreleri değişken olarak kabul edilip hata yayılma yasası uygulanarak;

$$dl_B = [\bar{R} \ B_A] \begin{bmatrix} dl_A \\ dx \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$K_{I_B I_B} = [\bar{R} \ B_A] \begin{bmatrix} K_{I_A I_A} & \\ & K_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{R}^T \\ B_A^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$K_{I_B I_B} = \bar{R} K_{I_A I_A} \bar{R}^T + B_A K_{xx} B_A^T \quad (13)$$

eşitlikleri ile dönüştürülmüş varyans kovaryans matrisi elde edilir (Kutoğlu, 2004; Kutoğlu, 2001).

### 3. EN KÜÇÜK KARELER KESTİRİMİ İLE DEFORMASYON ANALİZİ

#### 3.1 Gauss-Markoff Modeli

Jeodezik ölçmeler, lineer raslantı olayı ve bunun sonucu olan ölçü değerleri de raslantısal örnekleme değerleri olarak ele alınır. Raslantısal ölçü değerleri, önündeki raslantısal sıfatının ifade ettiği gibi, kesinlik arz etmez. Klasik bakış açısından da jeodezik ölçü değerlerinin raslantısal hata içerdikleri kabul edilir.

Raslantısal ölçü değerlerinden, ölçülerin ve bilinmeyen parametrelerin ümit değere sadık kestirimlerinin elde edilmesi Gauss- Markoff modeli uygulamasıyla elde edilir. Bu modelde ölçülerle bilinmeyenler arasındaki lineer model, sadeleştirilmiş şekliyle,

$$\tilde{\lambda} = A \tilde{x} \quad (14)$$

$$\Sigma_{\lambda\lambda} = \sigma_0^2 Q_{\lambda\lambda} \quad (15)$$

ile ifade edilir.  $\tilde{\lambda}$   $n$  sayıda ölçünün ümit değeri vektörünü,  $\tilde{x}$   $u$  sayıda bilinmeyenlerin ümit değerini,  $A$  da katsayılar matrisini ifade etmektedir.  $\lambda$  ölçülerinin varyans-kovaryans matrisi  $\Sigma_{\lambda\lambda}$  ise  $\tilde{\lambda} = \lambda + \epsilon$  ile tanımlanan raslantısal hataları ile

$$\Sigma_{\lambda\lambda} = E(\epsilon\epsilon^T) \quad (16)$$

olarak tanımlanmaktadır.  $\sigma_0^2$  birim ölçünün varyansı,  $Q_{\lambda\lambda}$  ölçülerin kofaktörler matrisi

$$Q_{\lambda\lambda} = P^{-1} \quad (17)$$

ölçülerin ağırlık matrisinin tersidir. Gauss- Markoff modelinden ümit değere sadık kestirimler  $\hat{x}$ ,  $\hat{\lambda}$  ve  $\epsilon$  gerçek hatalar yerine  $v$  düzeltmeleri konularak

$$\lambda + v = A \hat{x} \quad (18)$$

$$\Sigma_{xx} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\lambda\lambda} \quad (19)$$

ile EKK yöntemiyle

$$v^T Q_{\lambda\lambda}^{-1} v = \min \quad (20)$$

ilkesiyle

$$A^T Q_{\lambda\lambda}^{-1} A \hat{x} - A^T Q_{\lambda\lambda}^{-1} \lambda = 0 \quad (21)$$

denkleminin çözümüyle

$$\hat{x} = (A^T Q_{\lambda\lambda}^{-1} A)^{-1} A^T Q_{\lambda\lambda}^{-1} \lambda \quad (22)$$

ile elde edilir. Buradan gözlemlerin düzeltmeleri,

$$v = A \hat{x} - \lambda \quad (23)$$

bulunur.

### 3.2 Global Uygunluk Testi

Kontrol ağı  $t_1$  ve  $t_2$  zamanında yapılan ölçülerin birlikte ele alınmasıyla her iki kampanya ayrı ayrı serbest olarak dengelenirler. Jeodezik ağ noktalarının kampanyalar arasında hareket edip etmedikleri ve varsa hareket vektörlerinin belirlenmesi için koordinat bilinmeyenleri arasındaki farkların sıfır kabul edilip edilmeyeceğinin test edilmesi gerekir. Eğer kontrol ağı referans noktaları ve obje noktalarını kapsıyorsa,  $x$  parametreler vektörü referans noktaları  $x^r$ , obje noktaları  $x^p$ , olarak ikiye ayrılır. Referans noktalarının sabitliğinin araştırılması problemi sıfır hipotezinin test edilmesi ile çözülür. Ortaya konan bu hipotezle her iki kampanyada referans noktalarının sabit ve konumlarının değişmediği varsayılmaktadır. Referans noktalarının  $t_1$  zamandaki koordinatları  $x_1^r$  ve  $t_2$  zamandaki koordinatları  $x_2^r$  olmak üzere sıfır hipotezi

$$H_0 : E(x_1^r) = E(x_2^r) \quad (24)$$

olur. Referans noktaları benzerlik dönüşümü gerçekleştirildikten sonra her iki ayrı serbest dengeleme sonuçlarından

$$d_r = x_1 - x_2 \quad (25)$$

$$(Q_{dd})_r = (Q_{rr})_1 + (Q_{rr})_2 \quad (26)$$

$$R = d_r^T (Q_{dd})_r^+ d_r \quad (27)$$

hesaplandıktan sonra, her bir serbest dengelemenin serbestlik dereceleri  $f_1$  ve  $f_2$  ve kestirilmiş birim ölçü varyansları  $s_{01}$  ve  $s_{02}$  ile

$$s_0^2 = \frac{f_1 s_{01}^2 + f_2 s_{02}^2}{f_1 + f_2} \quad (28)$$

eşitliğinden hesaplanan bir ortak varyans değeri ile test büyüklüğü

$$T = \frac{R}{s_0^2 h_r} \quad (29)$$

ile hesaplanır. T test büyüklüğü Fischer Dağılım tablosundan, F ile karşılaştırıldığında  $T > F_{h_r, f, 1-\alpha}$  ise ağı referans noktaları bölümünde deformasyon vardır sonucuna varılır ve sıfır hipotezi reddedilir (Denli, 2008). Bu durumda deformasyonların lokalizasyonu ve karesel formun ayrıştırılması adımına geçilir.

### 3.3 Deformasyon Büyüklüklerinin Bulunması Ve Lokalizasyon

Global uygunluk testi sonucu sıfır hipotezi reddedilir ve ağda  $\Delta t$  süresi içinde bir şekil değiştirme olduğu sonucuna varılırsa, hangi noktalardaki hareketlerin anlamlı olup olmadıkları test edilmesi gerekir. Bu işlem her nokta için ayrı ayrı

$$d_r = x_1^i - x_2^i; s_0^2 = \frac{f_1 s_{01}^2 + f_2 s_{02}^2}{f = f_1 + f_2}; T = \frac{d_r^T (Q_{dd})_r^+ d_r}{s_0^2 h_r}; (Q_{dd})_r = (Q_{rr}^i)_1 + (Q_{rr}^i)_2 \quad (30)$$

formülleri yardımı ile gerçekleştirilir. (30) eşitliğine göre her nokta için hesaplanan T test büyüklüğü, Fischer dağılımından,  $h_r$ , f ve  $s = 1-\alpha = 0.95$  parametrelerine bağlı olarak alınan eşik değeri ile karşılaştırılır. Karşılaştırma bütün ağ noktaları için yapılır. Eğer  $T > F_{h_r, f, 1-\alpha}$  ise bu noktadaki hareketin anlamlı olduğu sonucuna varılır. En büyük R ( $R = \max.$ ) değerine sahip olan nokta, global test sonucunda ortaya çıkan ağ deformasyonundan sorumlu tutulur ve bu nokta obje noktası kabul edilerek dengeleme hesabı kalan noktaların datuma katkı vermesiyle kısmi iz *minimum*

ilkesiyle yeniden gerçekleştirilir, global test tekrarlanır. Teste deformasyon noktası kalmayınca kadar devam edilerek ağın deformasyona uğrayan ve uğramayan noktaları belirlenir.

Global test sonucu ağıdaki hareketsiz datum noktaları belirlendikten sonra, bu datum noktaları yardımıyla her iki ölçme kampanyası tekrar aynı datuma getirilir ve ağıdaki her nokta için aşağıdaki deformasyon vektörü oluşturulur (Erol, 2008).

Bir  $p$  noktası için hareket vektörü,

$$d = \begin{bmatrix} x'_i - x_i^2 \\ y'_i - y_i^2 \\ z'_i - z_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} \quad (31)$$

ve bu vektörün boyu,

$$d = \sqrt{d^T d} \quad (32)$$

ile belirlenir. Bu eşitliklerde hesaplanan hareket vektörlerinin anlamlı olup olmadıklarını test etmek için  $H_0$  hipotezi aşağıdaki eşitlikteki gibi kurulur.

$$H_0 : d = 0 \quad (33)$$

Test büyüklüğü,

$$T = \frac{d^T Q_{dd}^{-1} d}{3s_0^2} \quad (34)$$

eşitliği ile hesaplanır. Bu test büyüklüğü Fischer dağılımından alınan  $F_{3, f; 1-\alpha}$  eşik değeri ile karşılaştırılır.

Eğer  $T > F_{3, f; 1-\alpha}$ , ise  $p$  noktasının üç boyutlu konumundaki hareketin anlamlı olduğu sonucuna varılır, aksi durumda hareketin anlamlı olmadığı ve rastlantısal ölçü hatalarından kaynaklandığı kabul edilir (Acar ve diğ., 2008b; Erol, 2008; Denli 1998).

## 4. TOPLAM EN KÜÇÜK KARELER KESTİMİ İLE DEFORMASYON ANALİZİ

### 4.1 Toplam En Küçük Kareler Kestirimi İle 3D Koordinat Dönüşümü

Jeodezik kontrol ağı  $t_1$  ve  $t_2$  grubu ölçüleri ile ayrı ayrı serbest dengelendiğinde, iki dengelemede aynı yaklaşık koordinatlar kullanılsa bile sonuçta iki ağ datumu birbiri ile aynı değildir (Ayan, 1981). Her periyot ölçülerinde ağın datum parametreleri dengeleme hesabı içinde belirlendiğinden iki farklı periyot ölçüsünden elde edilen koordinatlar doğrudan doğruya birbiri ile karşılaştırılmaz. Bunun için bu periyot ölçülerinden elde edilen iki koordinat takımı Helmert Dönüşümü ile biri diğerine dönüştürülür. Böylece iki sistemin karşılaştırılması için  $v_x, v_y$  çakışma artıkları elde edilmiş olur.

Dönüşümün ölçü değerleri, koordinatların, her iki periyotta da stokastik değişkenler olarak ele alınmasına olanak veren TEKK kestirim yönteminin klasik yöntemlere göre daha iyi sonuçlar vermesi beklenebilir. Eşitlik (14) ve (15)'te verilen dengelemenin matematiksel modelinde (Gauss-Markoff) sadece gözlemler stokastik büyüklükler olarak ele alınmakta ve gerekli lineerleştirme işlemlerinden sonra parametre tahmini gerçekleştirilmektedir. Bu durum genellikle geçerli olmasına karşın, bazı durumlarda gözlemlerin yanı sıra katsayılar matrisi  $A$  da tümüyle ya da belli bir bölümüyle hata içerir. Böyle durumlarda artık Gauss-Markoff tipinde olmayan bir model söz konusudur. Bu tür modellere, değişkenlerin hata içerdiği (Errors-in-Variables) genişletilmiş modeller adı verilir.

TEKK kestirim yöntemi, Golub ve Van Loan tarafından ilk olarak 1980 yılında ortaya atılmış, hem gözlemlerin hem de katsayılar matrisinin elemanlarının hatalı olması durumundaki problemler için EKK yaklaşımına bir tamamlayıcı olarak sunulmuştur. Katsayılar matrisi elemanlarının hataları da rastlantısal niteliktedir. Başka bir deyişle bunların ümit değerleri de sıfıra eşittir. Katsayılar matrisi elemanları ile ölçülerin varyansı aynı kabul edilir. TEKK'in fonksiyonel modeli aşağıdaki gibidir.

$$\lambda + v = (A + V)x \quad \lambda + v = \tilde{\lambda} \quad (35)$$

$$\Sigma_{\lambda\lambda} = \Sigma_{AA} = \sigma_0^2 [I] \quad A + V = \tilde{A} \quad (36)$$

$V$  : katsayılar matrisi  $A$ 'nın elemanlarının  $m \times m$  boyutlu hata matrisi  
 $v$  : gözlemlere ait  $m \times 1$  boyutlu hata vektörüdür.

Daha ayrıntılı bilgi (Akyılmaz ve diğ., 2007; Acar ve diğ., 2006; Felus, 2004; Van Huffel 1991; Van Huffel ve vandewalle, 1991)'den elde edilebilir.

TEKK yönteminde,  $A$  matrisinin bütün bileşenlerinin hatalı olduğu düşünülmesine rağmen, bazı durumda kimi sütunlar için hesabı gerekmeyen skaler katsayılar olabilir. Bu nedenle bu skaler değerlerin TEKK dengelemesi sonrasında değişmeden korunması gerekir. Geometrik koordinat dönüşümlerinde öteleme parametrelerine karşılık olan bilinmeyenlerin katsayıları bu durumun jeodezik uygulamalardaki örneklerinden biridir. Bu durumun hesaplara yansıtılması,  $A$  matrisinin ve bilinmeyen vektörü  $x$ 'in alt matrislere ayrılmasını gerektirir. Ayrıca dönüşüm hesabında, gözlemlerin ve katsayılar matrisinin sütun elemanlarının varyansları arasındaki farklar ihmal edilebilir, öyle ki onların aynı olduğu varsayılır. Genellikle gözlem vektörlerinin ve katsayılar matrisi bileşenlerinin varyans değerleri farklıdır. Aşağıda her iki durumunda göz önünde tutulduğu özel durum Genelleştirilmiş Toplam En Küçük Kareler (GTEKK) yönteminin modeli aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\lambda + v = [A_1; A_2 + V_{A_2}] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$iz \left( (D[V_{A_2} | v]C)^T (D[V_{A_2} | v]C) \right) = \min \quad (37)$$

$$v \approx N(0, \sigma_0^2, P_1^{-1}) \quad (38)$$

$$V \approx N(0, \sigma_0^2, P_2^{-1})$$

Burada  $D = P_1$  gözlemlerin ağırlıkları olmasına karşın,  $P_2$ ,  $A_2$  matrisinin yani dönüştürülen sistemdeki ortak noktaların koordinatlarının ağırlıklarıdır. GTEKK'nin uygulaması eşitlik (39)'da verilen  $A = [A_1, A_2]$  matrisi; ve bilinmeyenler vektörü  $x = [x_1^T, x_2^T]$ 'in bölünerek formüle edilmiştir.  $A_1$  ve  $A_2$  matrisleri  $A$  matrisinin sabit ve sabit olmayan sütunlarından oluşan alt matrisleridir.  $x_1$  ve  $x_2$  ise  $A_1$  ve  $A_2$  matrislerince kontrol edilen bilinmeyen vektörü  $x$ 'in bileşenleridir.

$$A = [A_1, A_2]; A_1 \in R^{n \times m_1} \text{ ve } A_2 \in R^{n \times m_2} \quad (39)$$

$$x = [x_1^T, x_2^T]; x_1 \in R^{m_1 \times 1} \text{ ve } x_2 \in R^{m_2 \times 1} \quad (40)$$

$A = [A_1, A_2]$  ve  $x = [x_1^T, x_2^T]$  olmak üzere,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ M & M & M \\ M & M & M \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} x_1^A & 0 & -z_1^A & y_1^A \\ y_1^A & z_1^A & 0 & -x_1^A \\ z_1^A & -y_1^A & x_1^A & 0 \\ M & M & M & M \\ M & M & M & M \\ x_n^A & 0 & -z_n^A & y_n^A \\ y_n^A & z_n^A & 0 & -x_n^A \\ z_n^A & -y_n^A & x_n^A & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad x_1 = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}; x_2 = \begin{bmatrix} (1+k) \\ R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} \quad (41)$$

ve gözlem vektörü aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

$$\lambda = \begin{bmatrix} X_1^B & Y_1^B & Z_1^B & \Lambda & \Lambda & X_n^B & Y_n^B & Z_n^B \end{bmatrix} \quad (42)$$

$D$  ( $m \times n$  boyutlu) gözlemlere ait ağırlık matrisidir.  $C$  ise  $A_2$ 'nin sütunlarının ve de gözlem vektörünün birbirlerine göre olan bağıl doğruluklarını yansıtan köşegen ağırlık matrisidir ve eşitlik (43) ile hesaplanır.

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\text{tr}(P_2^{xyz})}{\text{tr}(D)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{\text{tr}(P_2^{yz})}{\text{tr}(D)} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{\text{tr}(P_2^{xz})}{\text{tr}(D)} & 0 & 0 \\ & & & \frac{\text{tr}(P_2^{xy})}{\text{tr}(D)} & 0 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

eşitlikte verilen  $(P_2^{xyz}, P_2^{yz}, P_2^{xz}, P_2^{xy})$   $P_2$  matrisinin üst indisle belirtilen elemanlarına ilişkin alt matrislerdir. Van Huffel (1991)'de gözlem vektörü ve  $A_2$  matris bileşenlerinin dolu varyans-kovaryans matrisine sahip GTEKK problemlerinin çözümü için görece karmaşık bir çözüm verilmesine karşın, jeodezik uygulamalarda ölçülerin kovaryans matrisleri genelde köşegen matrislerdir ve bu özellikten yararlanılarak bilinmeyen parametrelerin hesaplanması için problem korelasyonsuz ölçülerle GTEKK problemine indirgenebilir.

GTEKK çözümü ile bilinmeyenler vektörünün çözümü üç adımda gerçekleştirilir.

1-) GTEKK çözümü için gözlemlere ait ağırlık matrisi  $D$  ile birlikte (41) ve (42) denklemlerindeki matrisler yardımıyla oluşturulan  $D [A_1; A_2; \lambda]$  matrisi QR çarpanlarına ayrılarak;

$$Q^T D [A_1, A_2, \lambda] = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{1b} \\ 0 & R_{22} & R_{2b} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$R_{11} = m_1 \times m_1$ ,  $R_{12} = m_1 \times m_2$ ,  $R_{22} = (n - m_1) \times m_2$ ,  $R_{1b} = m_1 \times 1$ ,  $R_{2b} = (n - m_1) \times 1$  boyutlu eşitlik değerleri elde edilir.

2-)  $x_2$  değerini hesaplamak için (41) denkleminin  $R_{22}$ ,  $R_{2b}$  matrislerinden oluşan ikinci satırı kullanıldığında TEKK çözümü

$$[R_{22}; R_{2b}] C \left( C^{-1} \begin{bmatrix} \hat{x}_2 \\ -1 \end{bmatrix} \right) \approx 0 \quad (45)$$

olarak elde edilir. Bu denklem sistemini çözmek için  $R_{22}$ ,  $R_{2b}$  matrisleri ile  $A_2$ 'nin sütunlarının ve de gözlem vektörünün birbirlerine göre olan bağıl doğruluklarını gösteren  $C$  matrisinin çarpımı ile oluşan  $[R_{22}; R_{2b}] C = U \Sigma V^T$  denkleminin tekil değer ayrıştırması hesaplanır ve

$$\hat{x}_2 = - \frac{1}{c_{m_2+1, m_2+1}} C_{K, m_2}^T [v_{1, m_2+1}, v_{2, m_2+1}, \Lambda, v_{m, m_2+1}]^T \quad (46)$$

eşitliği ile de eksenler etrafındaki dönüklükleri ve ölçek faktörünü içeren  $\hat{x}_2$  değeri hesaplanır.

3-) Öteleme parametrelerine karşılık gelen  $\hat{x}_1$  parametresi, ikinci adımda hesaplanan  $\hat{x}_2$  parametresinin (44) denkleminin ilk satırında yerine konularak ya da aşağıda verilen eşitliklerden biri kullanılarak hesaplanır:

$$R_{11} \hat{x}_1 = R_{1b} - R_{12} \hat{x}_2; \quad \hat{x}_1 = R_{11}^{-1} (R_{1b} - R_{12} \hat{x}_2) \quad (47)$$

Hesaplanan  $x = [x_1^T, x_2^T]$  dönüşüm parametresi değerleri  $(x)$  kullanılarak  $x_A, y_A, z_A$  sistemindeki obje noktalarının koordinatları  $X_B, Y_B, Z_B$  koordinat sistemine transforme edilerek obje noktalarının koordinatları elde edilir (Acar, 2009; Akylmaz ve diğ., 2007).

#### 4.2 Deformasyon Büyüklüklerinin Belirlenmesi

Global test sonucunda ağda hareketsiz sabit noktaların belirlenmesinden sonra, bu sabit noktalar yardımıyla koordinat sistemleri arasında GTEKK yöntemi ile dönüşüm parametresi bilinmeyenleri  $x$  hesaplanır. Hesaplanan dönüşüm parametresi değerleri yardımı ile her iki ölçme kampanyası aynı datuma getirilir. Datum birliği sağlanan kontrol noktalarının, ağdaki herbir nokta için deformasyon vektörü oluşturulur. Aynı zamanda, dönüşüme hata yayılması uygulanması ile de dönüştürülmüş koordinatlara ait dönüştürülmüş varyans-kovaryans matrisi elde edilir. Son adım olarak ortak varyans değeri hesaplanır ve hipotez  $H_0 : d = 0$  olarak kurulur,



$$d_r = x_1^i - x_2^i; s_0^2 = \frac{f_1 s_{01}^2 + f_2 s_{02}^2}{f = f_1 + f_2}; T = \frac{d_r^T (Q_{dd})_r^{-1} d_r}{s_0^2 h_r} \quad (45)$$

hesaplanan  $T$  test değeri, Fischer dağılımından alınan  $F_{3, f; 1-\alpha}$  eşik değeri ile karşılaştırılır.  $T < F_{3, f; 1-\alpha}$  ise  $H_0$  hipotezi geçerlidir. Yani p noktasının üç boyutlu konumundaki hareketin anlamlı olmadığı sonucuna varılır.

## 5. SAYISAL UYGULAMA

Bu çalışmanın konusu olan Büyükçekmece Gürpınar Köyü heyelan bölgesi, jeolojik süreçlerin hızla devam ettiği ve birçok araştırmaya konu olmuş bir bölgedir. Söz konusu alan Marmara Denizine hakim ve denizde biten bir yamaç olup konut alanı olarak özenilecek bir yerdir. Bunun sonucu olarak hızla yapılaşmış ve yazlık evler inşa edilmiştir. Bu yapılar da meydana gelmiş heyelan hasarları da görülmektedir. (Şekil 2). Bu yüzden, heyelanlar nedeniyle bölgede meydana gelen zemin hareketlerinin belirlenmesi ve heyelanların önlenmesi ile ilgili farklı zamanlarda farklı disiplinler tarafından çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Bölgede ilk olarak İTÜ İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı tarafından “Zemin Hareketlerinin Jeodezik Yöntemlerle Saptanması” isimli bir proje gerçekleştirilmiştir. Bu proje kapsamında bölgedeki hareketleri belirleyebilmek için Kasım 1990, Şubat 1991, Mayıs 1991, Eylül 1991, Kasım 1991 ve Temmuz 1993 yılları arasında yersel ölçme teknikleri ile ölçmeler yapılmıştır.

İkinci proje, “Heyelan Jeolojisi ve Önlem Önerileri” ismi ile bir özel firma tarafından Mayıs 1992 yılında gerçekleştirilen jeolojik ve jeoteknik çalışmalarla ilgili bir projedir.

Bölgede gerçekleştirilen son proje yine İTÜ İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı tarafından 1996 ve 1998 yılları arasında gerçekleştirilmiş, heyelan bölgesindeki deformasyonların araştırılması için 19 noktadan oluşan bir deformasyon ağı kurulmuştur. Kontrol noktaları, heyelan bölgesinin dışındaki sabit alanlarda tesis edilmiştir. Deformasyon noktalarının yerleri heyelan bölgesindeki geoteknik araştırmalara göre belirlenmiştir. Bölgedeki zemin hareketlerini belirlemek için GPS ölçmeleri yapılmıştır. Projede kullanılan jeodezik ölçmeler, Temmuz 1996, Mart 1997, Ekim 1997 ile Mart 1998 tarihlerinde olmak üzere 4 periyot olarak gerçekleştirilen GPS ölçmeleridir.

Bu çalışmada anılan proje kapsamında gerçekleştirilen ölçülerden Ekim 1997 (I. Kampanya) ve Mart 1998 (II. Kampanya) GPS ölçüleri değerlendirilmiştir. GPS gözlemleri her periyotta 10 dakikalık 2 oturum (session) olarak gerçekleştirilmiştir. Veriler Leica Geo-Office (LGO) ticari yazılımı kullanılarak değerlendirilmiştir.



Şekil 2: Heyelan bölgesinden görüntüler

Teorik esasları bölüm 3’te verilen EKK kestirimi ile deformasyon analizi için öncelikle, kampanya değerlendirmeleri sonucunda elde edilen, II. kampanya koordinatları, I. kampanya koordinat sistemine dönüştürülmüştür. Üç boyutlu koordinat dönüşümü (1)-(4) eşitlikleri ile verilen Molodensky-Badekas yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Hesapta 102, 107, 109, 117, 120 ve 125 nolu noktalar özdeş noktalar olarak alınmıştır. Çünkü global test sonucu ağda deformasyon olduğu görülmüş ve bu altı nokta hareketsiz (stabil) nokta olarak öne çıkmıştır. Dönüşüm sonuçları, dönüşüm parametreleri Tablo1’de ve çakışma artıkları Tablo2’de verilmiştir.

Tablo 1: I. ve II. Kampanyalar arasında Benzerlik dönüşümü modelinin EKK çözümü ile belirlenen dönüşüm parametreleri

Parametre	Dönüşüm Parametresi Değerleri	Ort. Hata
$t_x$ (m)	-0.0073	0.0015
$t_y$ (m)	0.0043	0.0015
$t_z$ (m)	-0.0054	0.0015
$R_x$ (")	-0.46276	1.27135
$R_y$ (")	1.78995	0.97181
$R_z$ (")	2.17190	1.57931
$k$ (ppm)	4.0523	3.8138
$s_o$ (m)	0.0036	

Tablo 2: I. ve II. Kampanyalar arasında dönüşüm sonucu elde edilen çakışma artıkları

Nokta No	$d_x$ [m]	$d_y$ [m]	$d_z$ [m]
102	0.0002	-0.0004	0.0026
107	0.0029	-0.0037	-0.0021
109	-0.0011	-0.0017	0.0025
117	-0.0040	0.0049	0.0048
120	0.0013	0.0019	-0.0039
125	0.0007	-0.0010	-0.0039

Bölüm 3.3'te verilen (31)-(34) eşitliklerinin uygulanmasıyla elde edilen 3D deformasyon analizi sonuçları da Tablo 3'te verilmektedir. Burada birinci kampanyadan, ikinci ölçme kampanyasına kadar geçen süre içinde önemli, anlamlı (signifikant) zemin hareketleri görülmektedir.

Tablo 3: I. ve II. Kampanyalar arasında Benzerlik dönüşümü modelinin EKK çözümü ile dönüştürülen obje noktalarının deformasyon analizi

Nokta No	$d_x$ (cm)	$d_y$ (cm)	$d_z$ (cm)	$d$ (cm)	Test Büyüklüğü	Fischer (0.95, 3, f)	Hipotez ( $d=0$ )
101	2.47	3.50	2.06	4.75	14.52	2.62	Geçersiz
103	0.68	0.17	1.55	1.70	0.73	2.62	Geçerli
105	4.10	-9.01	3.15	10.39	44.88	2.62	Geçersiz
108	-3.30	-7.78	-13.22	15.69	100.24	2.62	Geçersiz
110	2.71	-5.76	-7.41	9.77	82.55	2.62	Geçersiz
111	92.02	-87.08	-88.37	154.47	21361.87	2.62	Geçersiz
112	0.28	0.70	3.60	3.68	3.69	2.62	Geçersiz
113	316.87	-319.23	-175.62	482.86	173715.50	2.62	Geçersiz
114	121.48	-119.30	-114.03	204.92	29420.35	2.62	Geçersiz
116	62.29	-44.79	-21.97	79.81	3265.79	2.62	Geçersiz
119	0.58	0.39	2.15	2.26	1.09	2.62	Geçerli
121	5.05	-7.28	-6.55	11.02	84.38	2.62	Geçersiz
130	2.08	-9.28	-6.92	11.76	80.64	2.62	Geçersiz

Deformasyon kanıtlanamayan 103, 119 nolu noktalardaki 1.70 ve 2.26 cm büyüklüğündeki koordinat farkları deformasyon olarak kanıtlanabilir olmamakla birlikte, dönüşümün çakışma artıklarıyla karşılaştırıldığında yine de büyük farklardır. Bu nedenle bu noktalar stabil noktalar arasına katılarak analiz tekrarlanmamıştır.

Bu uygulamada TEKK ve EKK çözümü ile gerçekleştirilen deformasyon analiz sonuçlarının bir karşılaştırmasını yapabilmek için EKK yöntemi ile gerçekleştirilen global test sonucunda sabit olarak öne çıkan noktalar GTEKK çözümünde de sabit nokta olarak alınmıştır.

Deformasyon analizi teorik esasları bölüm 4’te verilen TEKK yöntemi ile deformasyon analizi için öncelikle, II. kampanya koordinatları, I. kampanya koordinat sistemine dönüştürülmüştür. Dönüşüm sonuçları, dönüşüm parametreleri Tablo 4’de ve çakışma artıkları Tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 4: I. ve II. Kampanyalar arasında Benzerlik dönüşümü modelinin TEKK çözümü ile belirlenen dönüşüm parametreleri

Parametre	Dönüşüm Parametresi Değerleri
$t_x$ (m)	-0.0074
$t_y$ (m)	0.0049
$t_z$ (m)	-0.0066
$R_x$ (°)	-0.21096
$R_y$ (°)	2.00675
$R_z$ (°)	2.71273
$k$ (ppm)	0.2411
$s_o$ (m)	0.0040

Tablo 5: I. ve II. Kampanyalar arasında dönüşüm sonucu elde edilen çakışma artıkları

Nokta No	$d_x$ [m]	$d_y$ [m]	$d_z$ [m]
102	0.0006	-0.0005	0.0015
107	0.0034	-0.0034	-0.0037
109	-0.0010	0.0001	0.0001
117	-0.0052	0.0066	0.0039
120	0.0006	0.0003	-0.0028
125	0.0009	0.0008	-0.0064

Elde edilen dönüşüm parametresi değerleri ve çakışma artıkları EKK yöntemi ile elde edilen değerlerden farklılık göstermesine rağmen Tablo 3’te verilen deformasyon analizi sonuçları ile aynı sonuçları vermektedir.

Tablo 6: I. ve II. Kampanyalar arasında Benzerlik dönüşümü modelinin TEKK çözümü ile dönüştürülen obje noktalarının deformasyon analizi

Nokta No	$d_x$ (cm)	$d_y$ (cm)	$d_z$ (cm)	$d$ (cm)	Test Büyüklüğü	Fischer (0.95, 3, f)	Hipotez ( $d=0$ )
101	2.52	3.61	1.84	4.77	14.81	2.62	Geçersiz
103	0.82	0.16	1.35	1.59	0.53	2.62	Geçerli
105	4.01	-8.74	2.93	10.05	42.10	2.62	Geçersiz
108	-3.25	-7.70	-13.41	15.80	101.78	2.62	Geçersiz
110	2.72	-5.70	-7.55	9.84	83.56	2.62	Geçersiz
111	91.98	-86.98	-88.49	154.45	21354.31	2.62	Geçersiz
112	0.23	0.99	3.34	3.49	3.31	2.62	Geçersiz
113	316.79	-319.11	-175.70	482.76	173639.18	2.62	Geçersiz
114	121.41	-119.12	-114.18	204.86	29398.76	2.62	Geçersiz
116	62.20	-44.56	-22.15	79.66	3253.88	2.62	Geçersiz
119	0.46	0.70	1.97	2.14	1.00	2.62	Geçerli
121	5.06	-7.14	-6.74	11.05	84.39	2.62	Geçersiz
130	2.11	-9.14	-7.13	11.78	80.52	2.62	Geçersiz

Analiz sonuçları Çizelge 4.12 ile karşılaştırıldığında, analizin sonucunu değiştirecek büyüklükte deformasyon büyüklüğü yoktur. EKK yöntemi ile gerçekleştirilen deformasyon analizi sonucunda deformasyon kanıtlanamayan 103 ve 119 numaralı noktalar bu analiz sonucunda da dayanak noktası olarak belirlenmiştir.

## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, giriş bölümünde açıklanan amaçlar doğrultusunda, GPS ölçmelerinin değerlendirilmesi, zemin hareketlerinin 3 Boyutlu (3D) deformasyon analizi ile saptanması, deformasyon analizinde, dönüşüm parametrelerinin EKK ve TEKK kestirimlerini kullanarak, TEKK’in etkinliğinin sınanması çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Benzerlik

dönüşümü olarak isimlendirilen geleneksel yaklaşımla karşılaştırma yapmak için aynı veri kümesi üzerinde uygulama yapılmıştır. TEKK ve EKK'ler kullanılarak kestirilen parametrelerdeki farklar, hatalar ve dizayn matrisinin içerdiği noktaların koordinatlarının kovaryansından gelir. Bu nedenle farkın büyük bölümü her iki sistem koordinatlarının farklı kovaryansları yüzündendir ki dizayn matrisinin hatalı sütunları ve gözlem vektörü arasında bağıl ölçeklendirme de yaratır. Böylece, bir Helmert dönüşüm probleminin dönüşüm parametreleri eşlenik noktaların koordinatlarının doğruluğuna oldukça duyarlı olduğu sonucunu çıkarabilir. 3D deformasyon analizinin gerçekleştirilmesinde dönüşüm parametrelerinin belirlenmesi için kullanılan EKK ve TEKK çözümü arasında dönüşümle elde edilen obje noktalarının koordinat farkları küçüktür (0.5cm). Bu farklar, büyük deplasmanların olduğu çalışma alanlarında çok önemli olmamasına rağmen, bu seviyedeki farklar küçük değişimlerin kritik öneme sahip olduğu köprü, baraj, viyadük, gökdelen gibi büyük mühendislik yapılarının izlenmesi çalışmalarında önemli bir role sahiptir. Bu nedenle, bu türdeki jeodezik deformasyon analiz çalışmalarında uygulanmak üzere TEKK kestirimi tekniğinin kullanımı önerilir.

## KAYNAKLAR

- Acar, M., 2009. *Heyelanların İzlenmesinde Esnek Hesaplama Yöntemleri*, Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Acar, M., Haberler-Weber, M., Ayan, T., 2008a. *Bulanık Çıkarım Sistemleri İle Heyelan Bloklarının Belirlenmesi: Gürpınar Örneği*, HKM Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi, sayı: 98 , sayfa: 28- 35.
- Acar, M., Özlüdemir, M.T., Erol, S., Çelik, R.N. ve Ayan, T., 2008b. *Kinematic Lveslide Monitoring with Kalman Filtering*, Natural Hazards ve Earth System Sciences, sayı: 8-2, sayfa: 213-221.
- Acar M., Özlüdemir M.T., Akyılmaz O., Çelik R.N. ve Ayan T., 2006. *Deformation Analysis with Total Least Squares*, Natural Hazards ve Earth System Sciences, sayı: 6-4, sayfa: 663-670.
- Acar, M., Özlüdemir, M.T., Çelik, R.N., Erol, S. ve Ayan, T., 2004. *Lveslide Monitoring Through Kalman Filtering: A Case Study in Gürpınar*, Proceedings of the XX<sup>th</sup> Congress of International Society for Photogrammetry ve Remote Sensing, 12-23 Haziran, İstanbul, Türkiye
- Acar, M., Özlüdemir, M.T., Çelik, R.N., Erol, S. ve Ayan, T., 2003. *Investigation of Deformations on Lveslides with Kinematic Model*, Proceeding of Modern Technologies, Education ve Professional Practice in the Globalizing World, 6-7 Kasım, Sofya, Bulgaristan
- Akyılmaz, O., Acar, M. ve Özlüdemir, M.T., 2007. *Koordinat Dönüşümünde En Küçük Kareler Ve Toplam En Küçük Kareler Yöntemleri*, HKM Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi, sayı: 97, sayfa: 15- 22.
- Ayan, T., 2003. *Dengeleme Hesabı*, Lisans ders notları, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Ayan, T., 1981. *Matematik İstatistik Ve Hipotez Testleri*, Lisansüstü ders notları, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Bayrak, T., 2003. *Heyelanlar için bir dinamik deformasyon ve bir dinamik hareket yüzeyi modelinin oluşturulması*, Doktora Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Denli, H.H., 1998. *GPS İle Marmara Bölgesindeki Yerkabuğu Hareketlerinin Belirlenmesi*, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Erol, S., 2008. *GPS Ve Nivelman Ölçüleriyle Deformasyonların Belirlenmesi*, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Felus, Y., 2004., *Application of Total Least Squares for Spatial Point Process Analysis*, Journal of Surveying Engineering, sayı: 130-3, psayfa: 126-133.
- Golub, H.G. ve Loan, F.C., 1980. *An Analysis of the Total Least Squares Problem*, SIAM Journal of Numerical Analysis, sayı: 17-6, psayfa: 883-893.
- Güllü, M., 1998. *GPS Ve Yersel Gözlemlerin Birlikte Dengelenmesi*, Doktora Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

- Kılıçoğlu, A., 1995. *Jeodezi'de Dönüşümler*, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kutoğlu, Ş.H., 2001. *GPS Ağlarının Ülke Nirengi Ağlarına Entegrasyonu*, Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kutoğlu, Ş.H., Mekik, Ç. ve Köksal, E., 2001. *Üç boyutlu benzerlik dönüşümü için kullanılan Bursa- Wolf ve Moledensky- Badekas modellerinin karşılaştırılması*, 8. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, sayfa: 87-94, 19-23 Mart, Ankara.
- Leick, A., 1995. *GPS Satellite Surveying*, John Wiley & Sons Inc., 560 p.
- Turgut, B. ve İnal, C., 2003. *Nokta Konum Duyarlıklarının İki Ve Üç Boyutlu Koordinat Dönüşümüne Etkisi*, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Konya, 24-26 Eylül, sayfa: 155- 161
- Ünsal, N., 2007. *Heyelanlar ve Kitle Hareketleri*, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı web sayfası, <http://www.bayindirlik.gov.tr/turkce/dosya/heyelan.pdf>, 12 Haziran 2007.
- Üstün, A., 1996. *Datum Dönüşümleri*, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Van Huffel, S., 1991. *The Generalized Total Least Squares problem: formulation, algorithm ve properties*, in Numerical Linear Algebra, Digital Signal Processing ve Parallel Algorithms, Eds. Golub, G. H. & Dooren, P. V., Springer, Berlin.
- Van Huffel S. ve Vveewalle J., 1991. *The Total Least Squares Problem: Computational Aspects ve Analysis*, Society for Industrial ve Applied Mathematics (SIAM), 314 p.
- Wolf, R.P.ve Ghilani, D.C., 1997. *Adjustment Computations: Statistics ve Least Squares in Surveying ve GIS*, Wiley & Sons, , 564 p.
- URL 1, USGS İnternet sitesi, *Heyelan Risk Programı*, <http://lveslides.usgs.gov/>, 20 Haziran 2006.