ÇOKLU FREKANSLI GNSS ÖLÇÜLERİ İLE ANLIK BAĞIL KONUM BELİRLEMEDE STOKASTİK MODEL OLUŞTURMA

Orhan Kurt¹

¹KOÜ, Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Umuttepe, Kocaeli, <u>orhnkrt@yahoo.com</u>

ÖZET

BFB (Başlangıç Faz Belirsizliği) çözüm aşaması, GNSS gözlemlerinin değerlendirilmesinin en önemli aşamasını oluşturur. BFB çözüm yöntemlerinin doğru BFB değerlerini bulabilmesi kurulan matematik model ile doğrudan ilişiklidir. Bir çok akademik ve ticari yazılımda; matematik modelin fonksiyonel bölümü, BFB bilinmeyenlerinin diğer bilinmeyen parametrelerden kolayca ayrışılmasını sağlamak için DD gözlemler kullanarak oluşturulur. Matematik modelin stokastik bölümü, genellikle kullanıcını kendi deneyimlerine bağlı olarak yada ölçülerin anlık olarak değerlendirilmesi sırasında yapılan gerçel çözüm aşamasında tekrarlamalı olarak belirlenir. Bu çalışmada, GNSS ölçüleri için farklı stokastik model seçimleri ve bu seçimlerin sonuçları nasıl değiştirdiği gerçek sayısal uygulamalar üzerinden tartışılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Anlık bağıl konum belirleme, ikili fark gözlemler, stokastik model.

ABSTRACT

STOCHASTIC MODELLING FOR INSTANTANEOUS RELATIVE POSITIONING WITH MULTIPLE RFEQUENCIES GNSS OBSERVATIONS

Ambiguity resolution stage constitutes most important part of evaluating GNSS observation. Estimation of correct ambiguities is directly related to mathematical model for all ambiguity resolution methods. The functional part of the mathematical model is established using DD (Double Differences) observables in a lot of academic and commercial softwares to easily separate the correct ambiguities from the other parameters in the model. The stochastic part of the model is generally composed from own experiences of the users or iteratively generated at the reel solution part of the positioning in reel time. In this paper, different selections of the stochastic models for GNSS observations are argued on, and it is showed how the results according to the selections are changed on the real numerical example.

Keywords: Instantaneous relative positioning, double differences observation, stochastic model.

1. GİRİŞ

Anlık bağıl konum belirlemede santimetre doğruluğa ulaşmak için her epokta BFB (Başlangıç Faz Belirsizliği, Tamsayı Belirsizliği) bilinmeyenlerinin doğru olarak kestirilmesi gerekir. BFB bilinmeyenlerinin kestirimi üç ortam üzerinden gerçekleştirilir. Bunlar; ölçü ortamı, BFB ortamı ve koordinat ortamıdır. En yaygın kullanılan ortam, BFB ortamıdır. BFB ortamını kullanan yöntemlerde baz dengelemesi üç aşamada gerçekleştirilir. Bunlar; reel çözüm, BFB çözümü ve baz çözümünün tamamlanmasıdır. BFB ortamını kullanan kestirim yöntemlerinde; reel çözüm sonucunda elde edilen BFB bilinmeyenleri ve varyans-kovaryans matrislerinden yararlanılır. Varyans-kovaryans matrisi ile belirlenen ve merkezi reel çözümle çakışan hiper elipsoidin sınırları içerisine düşen olası BFB bilinmeyeni kombinasyonlarının reel çözüme uzaklığına bakılır ve en yakın BFB kombinasyonu aranan çözüm olarak belirlenir. Bu tür yöntemlerin başarısı, reel çözüm merkezli hiper elipsoit dışında kalması durumunda; BFB kestirim yöntemleri, BFB kestiriminde başarısız olurlar ve baz bileşenleri metre mertebesinde hatalı elde edilir.

Kısa ölçü sürelerinde BFB çözümünün başarısı reel çözüme doğrudan bağlıdır. Reel çözümün, başarısı ise fonksiyonel ve stokastik modelin eksiksiz kurulması ile ilgilidir. Kısa GNSS bazlarında DD (Double Differences) fonksiyonel model, geometrik ve fiziksel yapıyı yeterince belirlediğinden, çalışmada DD stokastik model üzerinde yoğunlaşılmıştır.

GNSS ölçüleri ile *DD matematik model* oluşturma ile ilgili ayrıntılı bilgi (Leick, 1995; Hofmann-Wellenhof, 1997; Teunissen ve Kleusberg, 1998; Wang, 2000; Odijk, 2003; Kurt, 2003; Datch vd.,2007; Kurt, 2010a) kaynaklarından, *BFB çözümü* için (Teunissen, 1995; Leick, 1995; Jonge ve Tiberius, 1996; Han ve Rizos, 1996; Hofmann-Wellenhof, 1997; Teunissen ve Kleusberg, 1998; Datch vd.,2007; Cang vd., 2005), *BFB geçerlilik testleri* için (Verhagen, 2004; Kurt, 2005a) kaynaklarından yaralanılabilir. Çalışmada kullanılan anlık bağıl konum belirleme yöntemi için (Kurt, 2010a) kaynağından yararlanılabilir.

2. MATEMATİK MODEL

Bir çok ticari ve akademik yazılımda bağıl konum belirme matematik modeli DD (<u>D</u>ouble <u>D</u>ifferences, İki kez fark alınmış gözlemler) matematik model olarak seçilir. DD matematik modelin en önemli özellikleri, GNSS ölçülerindeki hataların bir kısmını tamamen ortadan kaldırması, bir kısmının da etkilerini oldukça azaltması ve epoklara göre bağımsız olmasıdır. Bu özellikleri, bağımsız epok çözümünü ve BFB bilinmeyenlerini diğer bilinmeyenlerden ayrıştırılmasını kolaylaştırmaktadır.

2.1 DD Fonksiyonel Model

DD matematik model genellikle bir uydu sabit alınarak oluşturulur. Sabit uydu genellikle düşey açısı en küçük olan uydu yada gözlem süresi boyunca en fazla ölçü toplanan uydu olarak seçilir. Uzun bazlarda ise en çok DD ölçüsü oluşturan uydu dizilişi fonksiyonel modeli ve buna bağlı olarak da stokastik modeli belirler. Durağan yada hareketli bağıl konum belirlemede sabit nokta i ve bilinmeyen nokta j'den sabit uydu k ve değişken uydu l'ye yapılan eş zamanlı gözlemlerle elde edilen DD kod ve faz ölçüleri için fonksiyonel model;

$$R_{ij,L}^{kl}(t) - I_{ij,L}^{kl}(t) - T_{ij,L}^{kl}(t) = \rho_{ij}^{kl}(t) + M_{ij}^{kl}(t) + e_{ij,L}^{kl}(t)$$
(1a)

$$\Phi_{ij,L}^{kl}(t) + I_{ij,L}^{kl}(t) - T_{ij,L}^{kl}(t) = \rho_{ij}^{kl}(t) + \lambda_L N_{ij,L}^{kl} + \mu_{ij,L}^{kl} + \varepsilon_{ij,L}^{kl}(t)$$

$$\aleph_{ij,L}^{kl} = \aleph_{j,L}^{l} - \aleph_{i,L}^{l} - \aleph_{i,L}^{k} + \aleph_{i,L}^{k} \qquad \{ \mathcal{N} = R, \mathcal{\Phi}, \rho, I, T, M, \mu, N, e, \varepsilon \dots \text{ ve } L = 1, 2, \dots \}$$
(1b)

şeklinde sade olarak yazılabilir. (1) eşitliklerinde R- Φ ; metre birimli kod-faz ölçüleri, ρ ;geometrik uzunluk, *I-T*; iyonosferik-troposferik etkiler, *M*- μ ; kod-faz ölçülerinde yansıma hataları (çalışmada $M=\mu=0$ alınmıştır), *N*; BFB parametreleri, e- ε ; kod-faz ölçü hatalarıdır. (1) eşitlikleri ilk kod-faz ölçülerinden <u>F</u> (DD dönüşüm) matrisi ile elde edilmiştir. DD ölçülerinin varyans-kovaryans matrisi, (1) bağıntıları ile verilen ilk ölçülerin varyans-kovaryans matrislerinden yararlanılarak hata yayılma kuralı ile elde edilir. Çalışmada, aynı epoktaki ölçüler ve epoklar arasında fiziksel olarak korelasyon olmadığı kabul edilmiş, ilk ölçüler sadece alıcıdan uyduya olan düşey açının (Z_I^k) fonksiyonuna ve farklı grup ölçülerin öncül varyanslarına göre ağırlıklandırılmıştır.

$$y = F \aleph$$
 (2a)

$$\Sigma_{V} = F \Sigma_{N} F^{I} \qquad \{ \mathcal{N} = \Phi_{I}, \Phi_{2}, C_{I}, R_{I}, R_{2} \}$$
(2b)

$$p_{I}^{k} = 1/q_{I}^{k} = f(Z_{I}^{k}) \qquad \{ l = i, j \text{ ve } k = 1, 2, ..., u \}$$

$$\Sigma_{\aleph} = \sigma_{\aleph}^{2} \operatorname{ksgn} \left\{ q_{i}^{1} \quad q_{i}^{2} \quad \cdots \quad q_{i}^{u} \quad q_{j}^{1} \quad q_{j}^{2} \quad \cdots \quad q_{j}^{u} \right\}$$
(2c)

(1) bağıntılarında geometrik uzunluğa karşılık gelen ρ_{ij}^{kl} , *i*-*j* alıcı koordinatlarının fonksiyonu şeklinde yazılıp *i* noktası sabit kabul edilip *j* noktasına göre doğrusallaştırılır ve (2b) bağıntısına göre oluşturulan stokastik model kullanılırsa, bütün epoklar da toplanan DD matematik model Gauss-Markoff modeline göre aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$E\{y\} = A a + B b \qquad D\{y\} = \Sigma_{y}$$
(3)

(3) bağıntısında a ve b vektörleri sırasıyla BFB ve baz bileşeni bilinmeyenlerini, A ve B matrisleri ilgili bilinmeyenlerin katsayılar matrisini, y vektörü ötelenmiş DD faz ve kod ölçüleri temsil etmektedir (Kurt, 2010a).

2.2 DD Stokastik Model

DD fonksiyonel; genellikle fiziksel olarak bağımsız kabul edilen ilk ölçülerin bir doğrusal dönüşüm matrisi F yada G ile çarpılması ile elde edilir. Oluşan DD ölçülerin varyans kovaryans matrisi ise, sabit uydu seçimine bağlı olarak iki şekilde gerçekleştirilir. Bunlar; bir uydu sabit DD matematik model ve sabit uydu değişken matematik modeldir.

Bir alıcı sabit diğer alıcı değişken kabul edilerek, iki alıcı ile aynı uydulara yapılan faz/kod ölçülerinin SD (Single Differences, tekli farklar) ölçüleri oluşturulur. Elde edilen SD ölçülerin doğrusal kombinasyonu olan DD ölçüler, SD ölçülerin değişik yapıda doğrusal kombinasyonları ile kurulur. Değerlendirme yazılımlarının bazıları DD ölçülerinin oluşturulma aşamasında; önce SD ölçülerini ve daha sonra DD ölçüleri oluşturma yoluna giderken, bazılarında ilk ölçüleri F yada G gibi doğrusal dönüşüm matrisleri kullanırlar. Çalışmada ikinci yol izlenmiştir.

Bir uydu sabit DD stokastik model: Sabit seçilen udunun SD ölçülerinden diğer uyduların SD ölçüleri çıkarılarak elde edilen matematik modeldir. Genellikle en yüksekteki uydu yada en çok gözlem toplanan uydu sabit seçilir.

Alc.No: В А 2 3 3 Uv.No: 4 5 2 4 5 q_i^k q_A q_A^2 q_A q_A q_A q_B' q_B^{4} q_B^{\dagger} q_B^4 q_B^{2} 1 -1 0 0 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 -1 -1 F =0 0 -1 0 0 0 1 0 -1 1 0 0 0 0 0 0 -1 1 1 -1

Tablo 1: Bir uydu sabit matematik modelde doğrusal dönüşüm matrisi (u=5: uydu sayısı, n=u-1=4 :DD ölçü sayısı)

Tablo 2: Herhangi bir ağırlıklandırma fonksiyonuna göre belirlenmiş DD kovaryans matrisi $a^{k} = 1/\cos^{2}Z^{k}$ f = 4 B ve $k = 1, 2, ..., n^{3}$

	$q_i =$	= $1/\cos Z_i$, $\{l=A, B, Ve\}$	$K = I, 2, \ldots, U_{f}$	
	$q_{A}{}^{I}+q_{B}{}^{I}+q_{A}{}^{2}+q_{B}{}^{2}$	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_A{}^I + q_B{}^I$
$F Q_{\ell} F^{T} =$	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_{A}{}^{1}+q_{B}{}^{1}+q_{A}{}^{3}+q_{B}{}^{3}$	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_A{}^I + q_B{}^I$
-	$q_A^{l} + q_B^{l}$	$q_{A_{A}}^{l} + q_{B_{A}}^{l}$	$q_{A}{}^{I}+q_{B}{}^{I}+q_{A}{}^{4}+q_{B}{}^{4}$	$q_A^l + q_B^l$
	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_A{}^I + q_B{}^I$	$q_{A}{}^{I}+q_{B}{}^{I}+q_{A}{}^{5}+q_{B}{}^{5}$

Sabit Uydu Değişken DD stokastik model: SD ölçülerin birbirinden çıkarılması ile oluşturulan matematik modeldir. Sözgelimi, uydular düşey açılarına göre sıralanırsa, DD ölçüler 1-2, 2-3 ve (u-1)-u uydularının farkları şeklinde oluşturulur.

Tablo 3: Sabit uydu değişken matematik modelde doğrusal dönüşüm matrisi (u=5: uydu sayısı, n=u-1=4 :DD ölçü sayısı)

Alc.No:	А			В						
Uy.No:	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
q_i^k	$q_A^{\ I}$	q_A^2	q_A^{3}	q_A^4	q_A^{5}	q_B^{I}	q_B^2	q_B^{3}	q_B^4	q_B^{5}
	1	-1	0	0	0	-1	1	0	0	0
C -	0	1	-1	0	0	0	-1	1	0	0
0 -	0	0	1	-1	0	0	0	-1	1	0
	0	0	0	1	-1	0	0	0	-1	1

Tablo 4: Herhangi bir ağırlıklandırma fonksiyonuna göre belirlenmiş DD kovaryans matrisi

	q_i^k =	= $1/\cos^2 Z_i^k$, { <i>i</i> =A,B ve I	k=1,2,,u}	•
	$q_{A}^{l} + q_{B}^{l} + q_{A}^{2} + q_{B}^{2}$	$-(q_A^2+q_B^2)$	0	0
$G Q_{\prime} G^{T} =$	$-(q_A^2 + q_B^2)$	$q_A^2 + q_B^2 + q_A^3 + q_B^3$	$-(q_A^3+q_B^3)$	0
~	0	$-(q_A^3 + q_B^3)$	$q_A^{3} + q_B^{3} + q_A^{4} + q_B^{4}$	$-(q_A^4 + q_B^4)$
	0	0	$-(q_A^4 + q_B^4)$	$q_A^4 + q_B^4 + q_A^5 + q_B^5$

Tablo 2 ve Tablo 4 elde edilen ters ağırlık matrislerinin sadece bir ölçü grubuna ait oldukları unutulmamalıdır. Farklı ölçü grupları (Φ , C, R) ve farklı dalga boyları (L=1,2) için bir epoktaki DD ölçülerin varyans-kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\Sigma_{y} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Phi 1}^{2} \mathbf{F} \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^{T} & & & \\ & \sigma_{\Phi 2}^{2} \mathbf{F} \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^{T} & & & \\ & & \sigma_{C1}^{2} \mathbf{F} \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^{T} & & & \\ & & & \sigma_{R1}^{2} \mathbf{F} \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^{T} & & \\ & & & & \sigma_{R2}^{2} \mathbf{F} \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^{T} \end{bmatrix}$$
(4)

(4) bağıntısı bir uydu sabit DD ölçülerin varyans-kovaryans matrisidir. F matrisi yerine G matris kullanılarak sabit uydu değişken DD ölçülerin varyans-kovaryans matrisi elde edilir.

2.3 Anlık Bağıl Konum Belirleme

Aşağıda (Kurt, 2010a) kaynağında önerilen durağan (statik) bağıl konum belirleme yöntemi özetlenmiştir, ayrıntılı bilgi için bu kaynaktan yararlanılabilir. Bu yöntemin temel düşüncesi her bir epokta bağımsız BFB çözümüne dayanmaktadır. Durağan bağıl konum belirleme yönteminde (6-9) bağıntılarındaki toplamlar kaldırıldığında, bu yöntem anlık bağıl konum belirleme yöntemine dönüşür.

DD ölçüler ile k. epoğa kadar çözüm aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir. m_i epok sayısı, u_k ; k. epoktaki uydu sayısı, $n_{DD}=u_k-1$; k. epoktaki DD-BFB bilinmeyenleri, f_i alıcının alabildiği faz ölçü türü sayısı (çalışmada f=2, L1 ve L2), t;

bir epoktaki ölç türü sayısı (çalışmada t=5; Φ (L1), Φ (L1), C/A (L1), R1(L1), R2 (L2)) olmak üzere, k. epokta ve k. epoğa kadar olan büyüklüklerin hesaplanması aşağıda verilen sırada yapılır (Kurt, 2010a).

т	Epok sayısı
U_k	k. epok grubundaki uydu sayısı
u_k-1	k. epoktaki DD-BFB bilinmeyenleri
f	Alıcının alabildiği faz ölçü türü sayıs
t	Bir epoktaki ölç türü sayısı

* k. epokta DD faz ve kod ölçüleri ile matematik model oluşturulur.

$$\mathbf{y}_k + \mathbf{e}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{a}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{b} \qquad \mathbf{P}_k = \boldsymbol{\Sigma}_V^{-1} \tag{5}$$

* k. epoğa kadar olan ölçüler ile normal denklemeler kurulur.

$$\begin{bmatrix} N_{a_k} & N_{ab_k} \\ N_{ba_k} & N_{b_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_k \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{a_k} \\ \widetilde{n}_{b_k} \end{bmatrix} \qquad i=1, 2, \dots, k, \dots m$$

$$N_{a_k} = A_k^T P_k A_k , N_{ab_k} = A_k^T P_k B_k , n_{a_k} = A_k^T P_k y_k$$

$$N_{b_k} = \sum_{i=1}^k B_i^T P_i B_i , n_{b_k} = \sum_{i=1}^k B_i^T P_i y_i , \widetilde{n}_{b_k} = n_{b_k} - \sum_{i=1}^{k-1} N_{ba_i} \widetilde{a}_i$$
(6)

* k. epoktaki BFB bilinmeyenlerinin çözümü yapılır.

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_k \\ \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{a}_k} & Q_{\hat{a}\hat{b}_k} \\ Q_{\hat{b}\hat{a}_k} & Q_{\hat{b}_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{a_k} \\ \tilde{n}_{b_k} \end{bmatrix} \qquad \hat{a}_k \in \mathbb{R}^{f(u_k - 1)} \text{ ve } \hat{b} \in \mathbb{R}^3$$
(7a)

$$(\hat{\mathbf{a}}_k - \breve{\mathbf{a}}_k)^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}_k}^{-1} (\hat{\mathbf{a}}_k - \breve{\mathbf{a}}_k) = \min \qquad \breve{\mathbf{a}}_k \in \mathbb{Z}^{f(u_k - 1)} \qquad \text{(LAMBDA)}$$
(7b)

* k. epoktaki çözümü ile baz bilinmeyenlerinin iyileştirilir.

$$\breve{\mathbf{b}} = \mathbf{Q}_{\breve{b}_k} \{ \widetilde{\mathbf{n}}_{b_k} - \mathbf{N}_{ba_k} \breve{\mathbf{a}}_k \} \qquad \qquad \mathbf{Q}_{\breve{b}_k} = \mathbf{N}_{b_k}^{-1}$$

* k. duyarlık hesapları yapılır.

$$\hat{\sigma}_{k}^{2} = \sum_{i=1}^{k} \hat{\mathbf{e}}_{i}^{T} \mathbf{P}_{i} \hat{\mathbf{e}}_{i} / \left\{ (t-f) \sum_{i=1}^{k} (u_{k}-1) - 3 \right\} \quad \text{k. epokta gerçel çözümün varyansı}$$
(8a)
$$\bar{\sigma}_{k}^{2} = \sum_{i=1}^{k} \bar{\mathbf{e}}_{i}^{T} \mathbf{P}_{i} \bar{\mathbf{e}}_{i} / \left\{ t \sum_{i=1}^{k} (u_{k}-1) - 3 \right\} \quad \text{k. epokta BFB çözümünün varyansı}$$
(8b)

k. epokta BFB çözümünün varyansı (8b)

$$\sum_{i=1}^{k} \hat{\mathbf{e}}_{i}^{T} \mathbf{P}_{i} \hat{\mathbf{e}}_{i} = \sum_{i=1}^{k} \mathbf{y}_{i}^{T} \mathbf{P}_{i} \mathbf{y}_{i} - \left\{ \sum_{i=1}^{k} \mathbf{n}_{i} \right\}^{T} \mathbf{x} , \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{k} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}, \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{a_{k}} \\ \mathbf{n}_{b_{k}} \end{bmatrix}$$
$$\sum_{i=1}^{k} \tilde{\mathbf{e}}_{i}^{T} \mathbf{P}_{i} \tilde{\mathbf{e}}_{i} = \sum_{i=1}^{k} \hat{\mathbf{e}}_{i}^{T} \mathbf{P}_{i} \hat{\mathbf{e}}_{i} + (\hat{\mathbf{a}}_{k} - \breve{\mathbf{a}}_{k})^{T} \mathbf{Q}_{\hat{a}_{k}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}}_{k} - \breve{\mathbf{a}}_{k})$$

 $\mathbf{K}_{b_k} = \boldsymbol{\breve{\sigma}}_k^2 \mathbf{N}_{b_k}^{-1} = \boldsymbol{\breve{\sigma}}_k^2 \mathbf{Q}_{\breve{b}_k}$

 $\hat{\mathbf{e}}_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{a}}_k + \mathbf{B}_k \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{y}_k$ $\breve{e}_k = A_k \breve{a}_k + B_k \hat{b} - y_k$

> k. epokta baz bileşenlerinin varyans-kovaryans matrisi (9)

(6-9) bağıntıları durağan bağıl konum belirlemeye göre oluşturulmuştur. Toplamlar yerine sadece k. epoktaki bilgiler kullanıldığında, bu yöntem anlık bağıl konum belirleme yöntemine dönüşür (Kurt, 2010a).

2.4 Dinamik Stokastik Model Oluşturma Önerisi

Her bir epokta (8c) bağıntısı ile reel çözüm sonucu elde edilen DD ölçülerinin düzeltmeleri bulunduktan sonra, aşağıdaki önerilen çözüm ile alıcı ve uydu arasındaki ilk düzeltmelerin kestirim değerleri elde edilir.

$\hat{\varepsilon}_k = \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^T (\mathbf{F} \mathbf{Q}_{\ell} \mathbf{F}^T)^{-1} \hat{\mathbf{e}}_k$	k. epoktaki reel çözüm sonundaki ilk düzeltmeler	(10a)
$\breve{\epsilon}_{k} = Q_{\ell} F^{T} (F Q_{\ell} F^{T})^{-1} \breve{e}_{k}$	k. epoktaki tamsayı çözüm sonundaki ilk düzeltmeler	(10b)

(10) bağıntıları ile elde edilen düzeltmeler alıcı ile uydu arasında ölçülen faz ve kod ölçülerinin düzeltmeleridir. Her bir epokta (10a) bağıntısı ile elde edilen düzeltmeler bir ağırlıklandırma fonksiyonun ile ağırlıklandırılabilir. Yeni ağırlıklara göre BFB kestirimi yapılırsa, dinamik ağırlıklandırma yapılmış olur. Çalışmada bu durum incelenmemiş, gelecekteki araştırmalar için bir öneri olarak sunulmuştur.

Sayısal uygulama bölümünde BFB çözümü gerçekleşmeyen bazlardaki ölçü gruplarının ağırlıkları dışardan değiştirilmiştir. Bu çalışma, öncül ağırlıkların anlık BFB çözümünü nasıl etkilediğini göstermek ve bu konu ile ilgili çalışmalara ışık tutmayı amaçlamaktadır.

Okuyucu, dinamik stokastik model oluşturma ile ilgili ayrıntılı bilgiyi (Dai vd., 1999) kaynağından elde edebilir.

3. SAYISAL UYGULAMALAR

Kocaeli Büyükşehir Belediyesi tarafından Kutlubey Harita Şti. ne ihale edilen Sayısal Fotogrametrik Harita üretimi için oluşturulan kontrol ağında 01 Haziran 2010 günü, 4 adet Trimble TPSHIPER-GGD alıcıları ile Kutlubey Harita tarafından yapılan ölçüler kullanılmıştır. Ölçüler iki alıcı sabit iki alıcı gezici olacak şekilde planlanmış ve ölçülmüştür (Tablo 1, Şekil 1).

NN	N. ADI	Ölçü Dosyaları	Duyarlı Yörünge
01	G22S0010	2010152g.10o	igs15862.sp3
02	G22S0007	2007152g.10o	
03	G22S0006	2006152n.10o	
04	G2230524	n079152i.10o	
05	G2230525	n083152k.10o	
06	G2230526	n146152h.10o	
07	G2230527	n535152g.10o	
08	G2230528	n152152i.10o	
09	G2230613	blp21520.100	
10	G2230614	blp11521.10o	
11	G2230615	ycv1152k.100	
12	G2230616	ysd1152m.10o	

Tablo 1: Nokta ve dosya adları (Şekil 1).



Şekil 1: Sayısal uygulamada kullanılan GNSS ölçülerinin oturum planı.

Çoklu Freakanslı GNSS Ölçüleri İle Anlık Bağıl Konum Belirlemede Stokastik Model Oluşturma

Ölçülerin değerlendirilmesinde ölçüler arasındaki fiziksel korelasyonlar göz ardı edilmiş, uydunun düşey açısına göre $p_i^{k} = 1/q_i^{k} = \cos^2 Z_i^{k}$ olacak şekilde ağırlıklandırılmış ve iki kez fark alınmış faz ve kod ölçüleri arasındaki cebrik korelasyon dikkate alınmıştır. Şekil 2'de ilk ölçüler için üç farklı ağırlık fonksiyonunun karşılaştırılması gösterilmiştir. Bunlar; $p_i^{k} = 1/q_i^{k} = 1/q_i^{k} = \cos Z_i^{k}$ ve $p_i^{k} = 1/q_i^{k} = \cos^2 Z_i^{k}$ dir (Şekil 2b). Şekil 2b, en iyi ağırlıklandırma fonksiyonunun, çalışmada kullanılan fonksiyonun olduğunu göstermektedir. Düşey açıya ait ağırlıklandırmanın en önemli yararı minimum yükseklik açısının daha küçük seçilebilmesini sağlamasıdır.

Minimum yükseklik açısının 15° seçildiği değerlendirmelerde, farklı ölçü grupları için öncül değerler $\sigma_{L1}=\pm 0.2cm$, $\sigma_{L2}=\pm 0.4cm$, $\sigma_{C1}=\sigma_{R1}=\sigma_{R2}=\pm 30cm$ (Şekil 3a) ve $\sigma_{L1}=\pm 0.2cm$, $\sigma_{L2}=\pm 0.4cm$, $\sigma_{C1}=\pm 60cm$, $\sigma_{R1}=\sigma_{R2}=\pm 30cm$ (Şekil 3b) alınarak değerlendirme yapılmıştır. Birim ölçünün karesel ortalama hatası $\sigma=\sigma_{L1}$ olarak seçilmiştir. Bütün bazların değerlendirilmesinde BFB bilinmeyenleri epoklar arası bağımsız olarak kabul edilmiş ve her bir baz durağan konum belirleme yöntemine göre belirlenmiştir (Kurt, 2010a). Baz dengelemeleri sonunda elde edilen baz bileşenleri serbest ağ dengelemesi yöntemine göre dengelenmiş, sonuçlar (Şekil 3) de sergilenmiştir (Kurt, 1996; Açıcı vd., 2003; Kurt, 2010a).

Bazların doğru değerlerinin bulunduğu durağan konum belirlemede dahi farklı ölçü ağırlıkları ile farklı çözümlere ulaşılmıştır (Şekil 3).



Şekil 2: (a) G22S0010 \rightarrow G22S0007 bazının değerlendirilmesi sırasında, alıcı uydu arasındaki düşey açıya göre ağırlıklandırma (*Min yükseklik açısı: 15°, öncül duyarlıklar:* $\sigma_{L1}=\pm 0.2cm$, $\sigma_{L2}=\pm 0.3cm$, $\sigma_{C1}=\sigma_{R1}=\sigma_{R2}=\pm 30cm$), (b) düşey açıya bağımlı ağırlıklandırma fonksiyonlarının düşey değerine göre değişiminin grafiği



Durağan konum belirleme sonucu yapılan serbest ağ dengelemesinde *G22S0010* → *G2230615* bazının doğru olarak belirlenemediği görülmektedir (Şekil 3a). Bunun nedeni BFB bilinmeyenlerinin en az bir epokta doğru olarak kestirilememesinden kaynaklanmaktadır. Yalnızca C1 ölçüsünün ağırlığı dört kat küçültülmüş (öncül duyarlığı 2 kat

büyütülmüş), söz konusu baz tekrar değerlendirilmiştir. İkinci grup ağırlıklar ile bazların doğru değerleri hesaplanmıştır. İkinci grup ağırlıklar ile yapılan bütün bazların tekrar değerlendirilmesinde BFB bilinmeyenleri doğru olarak kestirilmiştir (Şekil 3b).

G2230615 noktasına ait olan iki bazın ($G2280010 \rightarrow G2230615$ ve $G2230007 \rightarrow G2230615$) değerlendirilmesi Şekil 4 de sergilenmiştir. Şekil 4 durağan bağıl konum belirleme yöntemi kullanılarak, Şekil 3a ile sergilenen hatalı ağdaki koşulara göre değerlendirme yapılmış ve Şekil 3b deki sergilenen hatasız ağın koşulları ile elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Şekil 4a; bu iki bazın doğru değerler ile tekrarlanabilirlik testine göre karşılaştırılmasını gösterirken, Şekil 4b; uydu sayısını, anlık gerçel çözüm sonucunda elde edilen birim ölçünün soncul duyarlığını, durağan gerçel çözüm sonucunda elde edilen birim ölçünün soncul duyarlığını, derağan gerçel edilen soncul duyarlığı temsil etmektedir (Şekil 4).



Min yükseklik açısı: 15°, öncül duyarlıklar: $\sigma_{L1}=\pm 0.2cm$, $\sigma_{L2}=\pm 0.4cm$, $\sigma_{C1}=\sigma_{R2}=\pm 30cm$ Şekil 4: Hatalı olan G2230615 noktasına ait iki bazın (a) tekrarlanabilirlik testleri ve (b) uydu sayısı ve anlık gerçel, geçerli epoğa kadar gerçel ve tamsayı çözümü sonucunda elde edilen duyarlıklar

Anlık konum belirlemede; öngörülen ağırlıkların BFB çözümü üzerindeki etkileri, örnek ağın en sorunlu ve en uzun bazı olan $G22S0010 \rightarrow G2230615$ bazı üzerinde gerçekleştirilmiştir (Şekil 5). Şekil 5 in sağ sütununu oluşturan Şekil 5a baz bileşenlerinin tekrarlanabilirlik testlerini, diğer sütun Şekil 5b ise anlık gerçel ve tamsayı çözümün soncul duyarlıklarının epoklara göre değişimini ve uydu sayısını göstermektedir.

Şekil 5 incelendiğinde, (bütün epokların bağımsız olarak değerlendiği durum olan) anlık konum belirlemede her epokta doğru BFB değerlerine ulaşılamadığı ve farklı öncül duyarlıklar ile sonuçların değiştiği görülmektedir. GNSS uydularının yörünge yükseklikleri ile baz uzunlukları karşılaştırıldığında, aralarındaki farkın çok büyük olduğu görülür. Bu durum, kısa GNSS ölçüleri için yazılan fonksiyonel modelde geçen bilinmeyen parametrelerin birbirinden ayrıştırılmasını zorlaştırmaktadır. Bu bilinmeyen parametrelerin bir bölümünü oluşturan BFB bilinmeyenlerininin de çözümü kısa ölçü sürelerinde zorlaşmaktadır. Kısa yada tek epok (anlık) konum belirlemede doğru BFB bilinmeyenlerinin kestirimi fonksiyonel modellin eksiksiz kurulması ve stokastik modelin ölçüler arasındaki oranlarını ve ilişkilerini iyi belirlemesi gerekir. Kısaca matematik model iyi kurulmaz ise BFB çözüm yöntemleri de başarısız olmaktadır. Aynı durum LAMBDA yöntemi için de söz konusudur. Anlık konum belirleme sonuçlarının temsil edildiği Şekil 5'de kullanılan LAMBDA yönteminin her epokta başarısın nasıl değiştirdiğini de açık bir şekilde göstermektedir. Durağan konum belirleme yöntemine ise birkaç epokluk ölçü ile BFB bilinmeyenlerinin doğru değerleri belirlenebilmektedir (Şekil 4).

Kısa bazlarda DD matematik model ile bağıl konum belirlemede fonksiyonel model yeterince (Kurt, 2010a, 2010b) iyi kurulmaktadır. Stokastik model, çalışmada da kullanıldığı gibi genellikle uydu yükseklik açısının bir fonksiyonunun

Çoklu Freakanslı GNSS Ölçüleri İle Anlık Bağıl Konum Belirlemede Stokastik Model Oluşturma

ölçü gruplarının öncül duyarlıkları ile desteklenmesi ile oluşturulur. Bazı çalışmalarda olduğu gibi, her epokta gerçel çözüm sonucunda elde edilen düzeltmelerden yararlanarak elde edilir (Dai vd., 1999).

Çalışmada öncelikle yaygın kullanılan yol kullanılarak problem ortaya konmaya çalışılmıştır. Şekil 2a grafikleri gösterilen ağırlıklandırma fonksiyonlarının en uygunun $p=1/q=cos^2 Z$ olduğuna görülmüştür. Ayrıca bu ağırlıklandırma fonksiyonları, ağın en uzun bazı üzerinde denenmiş ve her bir epokta hesaplanan soncul duyarlığın epoklara göre grafiği çizdirilmiştir (Şekil 2b). Bazların değerlendirilmesinde kullanılan ağırlıklandırma fonksiyonuna benzer fonksiyonlar da aynı sonucu vermektedir.



BFB bilinmeyenlerinin geçerlilik testleri kısa ölçü sürelerinde güvenilir sonuçlar vermez (Kurt, 2005a). Bu durum, Şekil 5b sütunundan da görülmektedir. Şekil 5b öncül duyarlığa göre oluşturulan dört farklı gruba göre yapılan

değerlendirme sonuçları χ^2 -Dağılımına göre yorumlanırsa, matematik model sadece birinci, üçüncü grup ağırlıklandırma için geçerli sınırlara içinde kaldığı görülür. İkinci grup ağırlıklandırmada matematik model testi dağılımın üst sınırını zorlarken, dördüncü grup ağırlıklandırmada alt sınırı zorlamaktadır (Şekil 5b). Ayrıca, Şekil 5b BFB çözümünün gerçel çözümle uyumunu da test etmektedir. Şekil 5b, BFB çözümünün geçerliliği açısından incelenirse, doğru BFB çözümünün her farkı ağırlıklandırma grubu için bütün epoklarda hemen hemen sağlandığı görülür.

Doğru BFB ve doğru baz bileşenlerinin geçerliliğini tekrarlanabilirlik testine göre gösteren Şekil 5a; durağan konum belirleme ile elde edilen doğru baz bileşenlerinin (Şekil 3b), anlık olarak değerlendirilen baz bileşenleri ile karşılaştırılmasını göstermektedir. Şekil 5a ya göre ikinci ve üçüncü grup ağırlıklandırmada en çok anlık doğru BFB çözümü yapılmış ve buna bağlı olarak doğru baz bileşenleri hesaplanmıştır. En kötü sonuç, soncul duyarlığı bütün epoklarda en küçük çıkan, doğru BFB çözümü testi geçerli görünen dördüncü grup ağırlıklandırmada elde edilmiştir. Bu grup ağırlıklandırma ile, hemen hemen bütün epoklarda BFB değerleri yanlış kestirilmiştir.

Anlık konum belirlemede, GNSS ölçüleri için kurulan fonksiyonel model oluşturan parametreler arasındaki korelasyonun oldukça yüksektir. Bu durum parametrelerin birbirinden ayrıştırılmasını, sonuçların test edilmesini güçleştirmekte ve yanıltıcı sonuçlara neden olmaktadır. Çalışmada, söz konusu bu durum gösterilmiş ve tartışılmıştır. Anlık konum belirlemede, stokastik modelin sonuçlar üzerindeki etkisi son derece önemlidir ve kullanılan alıcı uydu kombinasyonuna göre belirlenmeli yada gerçel çözüm aşamasında tekrarlamalı olarak oluşturulmalı ve BFB çözümü bu ağırlıklara göre kurulan matematik model üzerinden yapılmalıdır.

Herhangi bir ön bilgi yok ise GNSS ölçülerinin doğruluğunu test etmenin en iyi yolu, baz bileşenlerine göre oluşturulan ağ dengelemesi yapmaktır. GNSS ölçülerinin sonuç denetimi ağ dengelemesidir.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bir çok ticari ve akademik yazılım bağıl konum belirleme aşamasında, temel ölçü olarak DD ölçüleri kullanmaktadır. Bunun nedeni, bir çok modellenemeyen sistematik etkiyi ortadan kaldırması ve BFB bilinmeyenlerin diğer parametrelerden ayrıştırılmasını kolaylaştırmasıdır. Anlık konum belirlemede, parametreleri tanımlayan geometri yetersiz kaldığından, stokastik modelin oldukça iyi kurulması gerekmektedir.

Çalışmada, anlık konum belirlemede stokastik modelin önemi üzerinde durulmuş ve sayısal uygulamalar üzerinde tartışılmıştır. Ayrıca, anlık konum belirlemede geçerlilik testlerinin yanıltıcı sonuçlar verdiği ve güvenirliklerini yitirdiği de gösterilmiştir.

Stokastik model, BFB çözüm yöntemlerinin doğru değeri yakalaması için önemlidir. Çalışmada kullanılan BFB çözüm yöntemi LAMBDA, doğru BFB değerlerini bulabilmesi için gerçel çözüm sonucunda oluşan hiper elipsoidin doğru BFB değerlerini içermesi gerekir. Bu hiper elipsoidin büyüklüğü ve şekli modelin geometrik yapısına ve seçile stokastik modele göre değişim gösterir. Stokastik model oluşturulurken aynı alıcı uydu kombinasyonu için önceki deneyimlerden faydalanılması yada stokastik modelin değerlendirme aşamasında tekrarlamalı olarak belirlenmesi yararlı olacaktır. Tekrarlamalı stokastik model oluşturma aşamasında robust uyuşumsuz ölçüler testlerine benzer bir yol izlenebilir. Böylece her epokta yapılan uyuşumsuz ölçü testi ile, ölçülerde denetlenmiş olur.

TEŞEKKÜR

Çalışmada kullanılan sayısal verilerin ölçümünü gerçekleştiren Kutlubey Harita Şirketi ve ölçümlerde emeği geçen Şirket çalışanları başta olmak üzere, Kocaeli Büyükşehir Belediyesi ve Harita Dairesi çalışanlarına yardımlaşma anlayışlarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

KAYNAKLAR

Açıcı E., Kurt O., Açık M., ve Akyüz Ö., 2003, *GPS Ölçüleri ile Geçerli Konum Bilgilerinin Elde Edilmesi*, TMMOB HKMO I. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, İstanbul, 30-31 Ekim 2003, 322-335.

Chang X. W., Yang X. ve Zhou T., 2005, *MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation*, Journal of Geodesy, Volume 79, Issue 9, pp.552-565. http://www.springerlink.com/content/7543035107154141/

Dach R., Hugentobler U., Fridez P. and Meindl, M., 2007, *Bernese GPS Software*, Version 5.0, Astronomical Institute, University of Bern, January 2007. <u>www.bernese.unibe.ch/docs/DOCU50.pdf</u>

Çoklu Freakanslı GNSS Ölçüleri İle Anlık Bağıl Konum Belirlemede Stokastik Model Oluşturma

Dai L., Han S., Rizos C., 1999, A Multiple Outlier Detection Algorithm for Instantaneous Ambiguity Resolution For Carrier Phase-Based GNSS Positioning, Towards Digital Earth — Proceedings of the International Symposium on Digital Earth, <u>http://www.digitalearth-isde.org/cms/upload/2007-04-30/1177908661835.pdf</u>

Hofmann-Wellenhof B., Lictenegger H. ve Collins J., 1997, *GPS Theory and Practice*, Fourth Revised Edition, Springer, New York.

Han S., ve Rizos C., 1996, *Improving the computational efficiency of the ambiguity function algorithm*, Journal of Geodesy, vol. 70, no 6, pp 330-341.

Han S., ve Rizos, C., 1996, *Integrated method for instantaneous ambiguity resolution using new generation GPS receivers*, In Proceedings of IEEE PLANS'96, pp.254-261. http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=00509086.

Jonge P.J. ve Tiberius C.C.J.M., 1996, *The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects*, Delft Geodetic Computing Center LGR series, No. 12.

Kurt O., 1996, *GPS Ölçülerinin Değerlendirildiği Yermerkezli Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu*, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kurt O., 2003, GPS İle Deformasyon Belirleme Amaçli Jeodezik Çalişmalarda Başlangiç Faz Belirsizliği Çözüm Yönteminin Ölçü Süresini Kisaltmadaki Önemi, Deprem Sempozyumu Kocaeli 2003, 12-13 Mart 2003.

Kurt O., 2005a, *Başlangıç Faz Belirsizliği Çözümünde Geçerlilik Testleri*, Deprem Sempozyumu Kocaeli 2005, 23-25 Mart 2005.

Kurt O., 2005b, Yapay Uydu Bazlı Alıcılarda Çoklu Frekansın Önemi, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28 Mart - 1 Nisan 2005, Ankara.

Kurt, O., 2010a, *Kısa GNSS Bazlarında Çoklu Frekanslı Durağan Bağıl Konum Belirleme Yöntemi*, HKMO, 5. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 20-22 Ekim 2010, ZKÜ-Zonguldak, 107-121.

Kurt, O., 2010b, *Mutlak Konum Belirlemede Matematik Modeller*, HKMO, 5. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 20-22 Ekim 2010, ZKÜ-Zonguldak, 283-294.

Leick A., 1995, GPS Satellite Surveying, Wiley, New York Chichester Brisbane Toronto Singapore.

Odijk D., 2003, *Fast precise GPS positioning in the presence ionospheric delays*, PhD Theses, Mathematical Geodesy and Positioning, Faculty of Civil Engineering and Geosiences, Delft University of Tehnology, Netherlands.

Teunissen P.J.G., 1995, *The least squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation*, Journal of Geodesy, vol. 70, pp 65-82.

Teunissen P. J. G., de Jonge, P. J. ve Tiberius, C. C. J. M., 1997, *The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: its performance on short GPS baselines and short observation spans*, Journal of Geodesy, vol 71, no 10, pp 589-602.

Teunissen P.J.G. ve Kleusberg A., eds., 1998, GPS for Geodesy, ISBN: 3-540-63661-7, Springer-Verlag.

Wang J., 2000, An approach to GLONASS ambiguity resolution, Journal of Geodesy, vol. 74, no 5, pp 421-430.

Verhagen S., 2004, *GNSS integer ambiguities. Estimation and validation*, Delft Institute of Earth Observation and Space Systems, Delft University of Technology, Publications on Geodesy, 58, Netherlands Geodetic Commission, Delft, ISSBN:90-6132-290-1.